DE SVPERFICIE VNGVLÆ, ET DE QVARTIS LILIORVM Parabolicorum, & Cycloidalium.

Tractatus Duo Geometrici.

AVTHORE
F. STEPHANO DE ANGELIS
VENETO,

Ordinis Ieſuatorum S. HIERONYMI, *in Veneta Prouincia Deſinitore Prouinciali.*



VENETIIS, MDCLXI.

Apud Ioannem La Noù.

SVPERIORVM PERMISSV.

BIBLIOTECA NAZ.
ROMA
VITTORIO EMANUELE

SERENISSIMO

PRINCIPI LEOPOLDO

AB HETRVRIA:

F. STEPHANVS ANGELI VENETVS,
Ord. Ieſuatorum S. Hieronymi, in Veneta Prouincia Definitor Prouincialis. P. P. P.

GEOMETRICIS *atramentis plures liniui paginas, Heros, & Princeps Sereniſſime. Quas, quoniam tenuis exarauit calamus, ſemper prò certo habui non grauiter litare Virtuti meis opellis. Illud tamen me vrgebat medullitus, vt qualecunque pertractaret penicillum mea Matheſis, Tibi Ampliſſimo Geometrarum Vati notam inſcriberet, & obſequentiſſimi famulatus votum pingeret, fas eſſet. Ex florentibus namquè viridarijs ab eximio Torricellio egregiè excultis cum ſelectos decerpſerim fructus, ac ab eius doctrinarum (præcipuè, quæ lemmate primo in App. De Dimenſione Coclheæ exuberant) irriguo fonte dulciſſimos ebiberim latices, Tibi, cuius virebant Numini optimo, & Nomini fluebant celſiſſimo, hauſta libare arcana tenebar arctiſſima lege. Cæterùm*

BIBLIOTECA NAZ. ROMA VITTORIO EMANUELE

mei exilitas ingenij, ac laborum leuitas ſeſe obtulit, quos cùm ad menſuram laudum Tuarum, Extrà Anni, Soliſquè vias glorioſiori Famæ ductu peruolantium minimè ponderare perſpexerim, maximos coërcui auſus, nimiumquè ſibi fidentes. Profectò viliores erant paginæ vt infixam vertici Tui Sereniſſimam explicarent Maieſtatem, Virtutem ſummam, auguſtiſſimaquè præconia circumferrent, potius obtexendæ tenebris, quam auitis fulgoribus tuis decorandæ. Inde ceſſit calamus, vtque Icari præcipites non teneret ruinas, qui antecedebat enixus, ac volatum, malluit iacère ſeorſim, quam ruere periculoſius ab alto. Animum hæc detinebant Sereniſſime Princeps argumenta, qui vtiquè ſui iactare puſillitatem erubeſceret, & Tibi ſe deditiſsimum ſiſtere, niſi accepiſſet tandem à Tui dignatione leniſsima, cui deuicta corda cuncta famulantur, vires, ac ſpem tutam. Eò potiſsimùm, quod ſi rudes enucleentur cortices, quos Tibi exhibeo impenſius deuotos, veluti Bruti baculus, ſeruatum obſequij pretium, ac puritatem pretioſiorem palam detegent. Cenſeas ergò hoc primum me impulliſſe calcar ad iter: quorum aliud à Geometrica Cycloide acumen habuit, prioriquè ſe adiunxit, quò altius pungeret, ac me libentiſsimum traheret Tuis humillimè genibus obuoluendum. Cycloidis ingenioſus Archymedes, & auctor extitit percelebris ille Galileus, qui Florentibus Mathematicarum decoribus Florentina mœnia lepidè leuigauit; vtquè de omnium ſe triumphare plauſibus ſtatueret hoc opere, illam, dum arcum pontis ſtrueret, adinuenit. Elaborauit ad trigintaquinque annos Atlas iſte, cuius humeri ſub onere ipſam menſurandi deſudarunt. Indè, vt quarum & ipſe virium eſſet cerneretur, ſuffecit muneri Herculem Geometri-

cum

cum alterum, Bonauenturam ſcilicet Caualerium, cui deuotione, & habitu fui coniunctiſsimus, eiuſq. ſub diſciplinis tyrocinium in Geometria ad nouem dumtaxat menſes, ipſo à viuis, mei mortali angore, qui tunc aderam, & Geometrarum omnium luctu, ac iactura ſublato, poſui auſpicatiſſimum. Tandem amborum nullo titulo minor Euangeliſta Torricellius, plurimumque de Mathematicis benemeritus menſuram compleuit Cycloidis, cuius Te Patronum ſelegit, ac iure tibi ſtatuit dicatam. Habeo de his, Galilei, ad Caualerium eruditiſsimum Præceptorem epiſtolam anxiè ſeruatam, quiquè oretenus dum fungebatur humanis, plures de prædictis mecum ſermones tenuit. Cum itaque iſte, qui nunc à me prodit libellus, plura ſolida ex varijs Cycloidis rotationibus exurgentia menſuret, centrumquè grauitatis ipſius, & eius dimidietatis deſsignet, (etſi aliter id euenire animaduerterim, quàm tradat Torricellius lib. 1. de mot. gra. ſchol. prop. 18.) vt præclarum eumdem Torricellium, ac Galileum digniſsimum, exornatores, atque auctores Cycloidis colantur, Tibi Sereniſs. Princeps, tractatum hunc, mequè deuoueo alacri, & paratiſsima ſponte. Fuere hi Matheſeos, & Florentiæ germina, ac lumina: patere vt eorum comitatæ pompis iſthæc meæ vmbræ, & plantulæ tuis inferantur Eliſijs, ac tui obtutus radio, vigorequè præſidij creſcant, & excolantur feliciter. Valeas Sereniſs. Princeps, Virtutum, & Regnorum Apollo; valeas delicium Palladis, ſtudiorumque Mæcenas, Seculi huius, priſcis, Auguſtus Auguſtior.

Scribebam Venetijs Prid. Idus Iunij 1661.

LECTO-

LECTORI
BENEVOLO

ANNO 1659, Romæ publicam lucem aſpexit opuſculum quoddam geometricum, *De Cycloide, & Figura Sinuum* vocitatum. Gloriatur hoc emeritè Antimum Farbium pro parente agnoſcere; qui illud gignendo, geometram feliciſſimum, profundæque ſpeculationis ſeipſum præbuit. In hocce incidimus ellapſo anno 1660; ipſumque peruoluentes, non modicè gauiſi ſumus, auctorem agnoſcentes adeò indiuiſibilia colere, vt ad indiuiſibilium arenam percurrendam, fræno potius, quam calcaribus indigere videatur. Quæſo da veniam lector, ſi ſæpius quam par fortaſſis iudicabis, conſpicias nos pro methodo indiuiſibilium dimicare, & celeberrimos geometras ipſam magnificantes in medium ponere. Forſitan namque haud cenſebis hoc à nobis irrationabiliter peractum, ſi oculo mentis intuitus fueris quinam geometræ ipſam oppugnantes extiterint. Fuerunt hi viri tres inſigniſſimi Guldinus, Bettinus, & Tacquet, il-

lius.

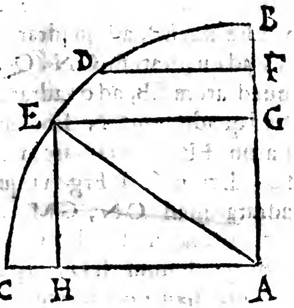
lius Societatis alumni, quæ iure merito cenſetur Areopagum literarum. Hoc vnicum veremur, nè tantorum virorum authoritas te cohibeat abſtinere à fructuoſiſſimæ methodi lectione; triplicataque maieſtate Pythagorica, inclinato capite pronuncies. *Ipſi dixerunt*. Quapropter quamplurimos, & excellentiores geometras obijcimus, vt dictis tribus æquipodium faciant. Quà in re putamus Farbij teſtimonium grauiſſimè ponderare, vtpotè clariſſimi geometrę fortaſſis eiuſdem ſocietatis, aſt ſub nomine Antimi Farbij perſonnati. Cupimus tantummodo, vt in methodi penetralia intima te ipſum recipias, ac artis arcana deguſtes. Quod ſi his adimpletis, non arrides; bene tibi ſit: Nos namque pręcipuè ſcribimus, vt optionem noſtram compleamus, & appetitui noſtro ſecundum partem ſatisfaciamus. Sed ad Farbium.

Percurrentes ergo Farbianum opuſculum, animaduertimus, in ſua figura ſinuum non ſpernendum latitare geometricum myſterium. Ipſa quippè figura minimè eſt geometris inaudita, ſed ſat familiaris; quamuis arcana in ipſa clauſa nunquam aperuerint. Nil etenim eſt aliud, quam ſuperficies cylindrica trunci ſiniſtri recti ſuper circuli quadrante exiſtentis, reſecti diagonaliter plano tranſeunte per radium quadrantis, qui eſt baſis cylindri, & per punctum in latere, & abſcindens altitudinem trunci æqualem radio quadrantis. Perobſcurè forſan huiuſcemodi nunc ſpledeſcent; aſt ſuo loco clarius micabunt. Agnito itaque præennarato myſterio, ſtatueramus, opportu-

na

na data occaſione, hoc tibi ſolummodo inſinuare, & reliqua à Farbio expoſita, omittere. Porrò Farbij elucubrationes medullitùs conſiderantes, aliud viſum fuit, & libellum hunc tibi communicamus; teque enixè rogamus, antequam iuditium ferras, noſtra cum aſſertis Farbij conferre. Quod ſi ſuperuacanea putabis ea, ſaltem hoc vnum obtinebimus, vt denuò Farbij meditationes, æterna fama dignas, typis committentes, exemplaribus multiplicatis, perenniores fiant. Sed nè tractatulus hic ſolitarius exiret, ipſi alium addidimus: in quo, *de Quartis Liliorum Parabolicorum, & Cycloidalium* peragitur: manifeſtanturque & menſuræ, & centra grauitatis quamplurium ſolidorum in ambobus tractatulis, genesim trahentium ex gyratione circa axim quarundam figurarum, quas quum nullus geometrarum, quod ſciamus, vnquam conſiderauerit; non parum ſplendoris geometriæ ſuperaddetur ex earundem reliquis paſſionibus, ac proprietatibus vel à nobis, vel à feliciori geometra aliquando detectis. Sed nequiuimus hæc paucis perſtringere, adeovt ferè intuitiua cognitione percipiantur. Lege ergo ſequentia aliquali attentione. Alia expecta, fortè quamprimum. Vale.

TRA-



to EG. Ergo quadratum CA, erit æquale quadratis EG, DF, ſimul. Quod &c.

PROPOSITIO VIII.

Si ſuper quadrante ABD, circuli ſit cylindricus rectus AE, ſectus plano diagonali AED, & in circumferentia baſis ſint quilibet arcus æquales BC, GA, & à punctis G, C, erigantur in ſuperficie trunci, Ck, GL, latera cylindrici. Erunt illorum quadrata ſimul æqualia quadrato EB.

DVcantur GM, CN, ſinus recti arcuum CGA, GA. Quoniam ex progreſſu demonſtrationis prop. pri. tertiæ par. cit. Miſcell. Geom. patet, eſſe vt EB, ad BD, ſic kC, ad CN; (quod facilè agnoſci

etiam poteſt in diagrammate 2. prop. antec. EB, enim ſt ad BD, vt LG, ad GD: nempe kF, ad FH; rgo & vt quadratum EB, ad quadratum BD, ſic quadratum KC, ad quadratum CN. Quare & permutando, erit quadratum EB, ad quadratum kC, vt quadratum BD, ad quadratum CN. Eodem modo probabitur, quadratum EB, ad quadratum LG, vt quadratum BD, ad quadratum GM. Ergo vt quadratum BD, ad duo quadrata ſimul CN, GM, ità quadratum EB, ad duo quadrata ſimul Ck, GL. Sed ex propoſit. anteced. quadratum BD, æquatur quadratis CN, GM. Ergo etiam quadratum EB, æquabitur quadratis kC, LG. Quod &c.

PROPOSITIO IX.

In ſchem. prop. ant. producto Ck, vſque ad O. Erit vt AM, ad AD, ſic Ok, ad FA.

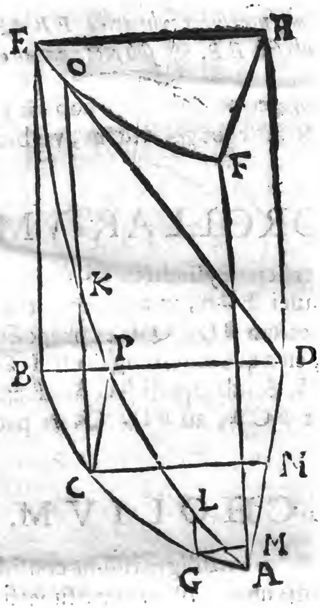
DVcatur CP, ſinus rectus arcus BC. Quoniam eſt vt EB, ad Ck, ſic BD, ad CN, ſeù ad PD: ergo per conuerſionem rationis, vt EB, ſeù OC, ad Ok, ſic DB, ad BP: nempe ſic DA, ad AM. (cum enim arcus BC, GA, ſint æquales; erunt etiam æquales eorum ſinus verſi BP, AM.) Quare & conuertendo, vt Ok, ad OC, ſeù FA, ſic AM, ad AD. Quare &c.

COROLLARIVM I.

Cum autem in propoſit. 5. pateat, eſſe vt AM, ad AD, ſic ſuperficiem AGL, ad ſuperficiem ABE: erit

erit & ſuperficies ad ſuperficiem, vt kO, ad FA. Quod ſummopere notetur.

COROLLARIVM I.



Ergo ſi EB, ſit æqualis BD, ſeù DA; erit etiam

Ok, æqualis AM: nempe ſinui verſo arcus GA. Quod etiam ſummopere adnotetur; erit enim hoc infra valdè neceſſarium.

PROPOSITIO X.

In eodem ſchem. ſuperficies cylindrica EBAF, eſt æqualis rectangulo ſub EB, & ſub recta æquali curuæ BCA.

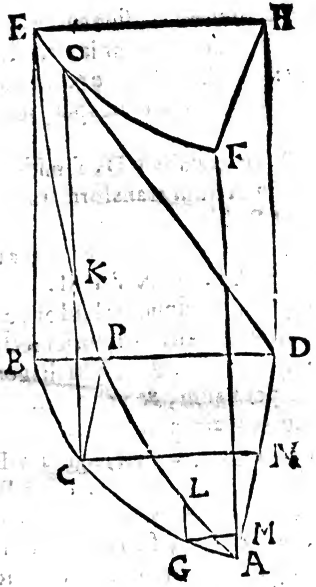
PRopoſitio hæc probata fuit à nobis in propoſit. 8. lib. 2. & in ſcholijs eiuſdem, vt ibidem poteſt conſpici.

COROLLARIVM.

Ergo ſuperficies cylindrica EBAF, erit ad ſuperficiem trunci EBA, vt arcus quadrantis BCA, ad ſemidiametrum BD. Quia ex propoſit. 3. ſuperficies EBA, eſt æqualis rectangulo BH. Sed rectangulum ſub EB, & ſub æquali BCA, eſt ad rectangulum BH, vt BCA, ad BD. Quare patet propoſitum.

SCHOLIVM.

Cupimus lectorem diligentiſſimè conſiderare, quę ſtatim ſupra diximus. Nimirum, ſuperficiem curuam cylindricam EBAF, æqualem eſſe rectangulo ſub EB, & ſub recta æquali arcui BCA. Si ergo intelli-



telligamus dictam ſuperficiem curuam amittere curuitatem (quod tunc accidet, quando curua B C A, in rectam mutabitur;) nihilominus ſuperficiei diuerſæ poſitiones haud variant figurę conditionem, & quantitatem. Idem ad amuſſim poſſumus rationabiliter affirmare, currere in ſuperficie E B A; Etenim ſi hæc

varia-

variabit poſitionem, & ex curua fiat recta; nequaquam naturam mutabit. Sed eandem proportionem habebit E B A F, ſiue recta, ſiue curua, ad E B A, ſiue rectam, ſiue curuam. Et omnia, quæ ſupra probauimus de ſuperficie E B A, & de partibus eius, vt eſt curua; verificabuntur etiam de ipſa prout recta conſideratur.

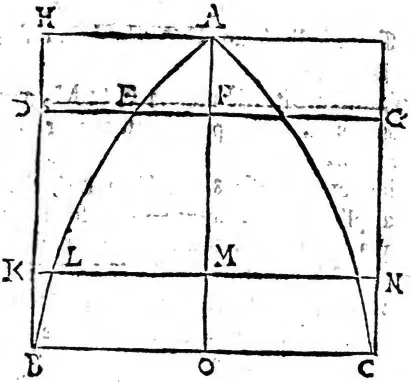
Si ergo EB, ſit æqualis B D, ſemidiametro; erit figura E B A, in rectam transformata, illa figura, quam Antimus Farbius geometra profundæ indaginis in ſuo Opuſculo de cycloide, & figura ſinuum, appellat FIGVRAM SINVVM.

Non ergo ſua figura ſinuum aliud eſt, quam ſuperficies ſiniſtra trunci ſiniſtri cylindrici recti exiſtentis ſuper circuli quadrante, & reſecti diagonaliter plano tranſeunte per baſim, & per punctum in latere, abſcindens latus ęquale radio baſis.

Cogitandum ergo nobis eſt, figuram E B A, curuam, cum ſibi circumſcripta curua E B A F, in rectam mutari, vt arcus quadrantis BCA, ſit æqualis in ſchemat. ſequenti A O; B O, ſit æqualis lateri E B, cylindrici; figura B A O, ſit æqualis ſuperficiei E B A, trunci; & parallelogrammum H O, ſit æquale ſuperficiei cylindricæ E B A F.

His ſtatutis, figuræ A B C, (quam deinceps VNGVLÆ ſuperficiem nuncupabimus; A O, eius axim; B O, baſim; & L M, v. g. ordinatim applicatam) & genitorum ſolidorum ex ipſa, varias menſuras aſſignabimus. Et licet circa hæc prior omnibus laborauerit

uerit



uerit pluſquam egregiè prædictus Antimus Farbius: nihilominus non putamus, inferius dicenda, ingrata lectori futura fore. Quamuis etenim fateamur, totam laudem Farbio aſcribendam eſſe: attamen lectorem rogamus noſtra cum aſſertis Farbij conferre: forſitan namque agnoſcet, non ſuperuacaneè nos eundem lapidem mouere tentaſſe.

PROPOSITIO XI.

Si ſuperficies Vngulæ cum rectangulo ſibi circumſcripto rotetur circa axim. Cylindrus ex rectangulo erit duplus ſolidi rotundi ex figura.

Eſto

ESto ſuperficies vngulæ B A O, cum ſibi circum-ſcripto rectangulo H O, & hæc rotentur circa A O. Aſſero, cylindrum H C, duplum eſſe ſolidi rotundi B A C.

Accipiantur arbitrariè puncta F, & M, æque remota à punctis A, O; & per ipſa ducantur DG, kN, parallelæ B C.

Quoniam ex propoſit. 8. quadrata E F, L M, ordinatim applicatarum, ſimul æqualia ſunt quadrato B O: & quadrato B O, ſeù k M, eſt æquale idem quadratum L M, cum rectangulo K L N. Ergo quadratum E F, erit æquale rectangulo k L N. Ergo & circulus radij E F, erit æqualis armillæ circulari K L N. Cum verò puncta F, M, ſumpta fuerint arbitrariè: ergo omnes circuli ſolidi A B C, paralleli baſi BOC, erunt æquales omnibus armillis ex BHA, circa A O. Ergo & ſolida erunt æqualia. Ergo cylindrus duplus ſolidi. Quod &c.

SCHOLIVM.

Ex progreſſu, & ex modo argumentandi, licet animaduertere, ſolida ex B A O, & ex B H A, eſſe æqualia, non tantum ſecundum totum, verum etiam ſecundum partes proportionales. Quare lector in noſtris operibus exercitatus, faciliter colliget, eſſe quantitates proportionaliter analogas, tam ſecundum totum, quam ſecundum partes proportionales; tam in magnitudine, quam in grauitate.

PRO-

TRACTATVS PRIMVS.

DE SVPERFICIE VNGVLÆ.

SECTIO PRIMA.

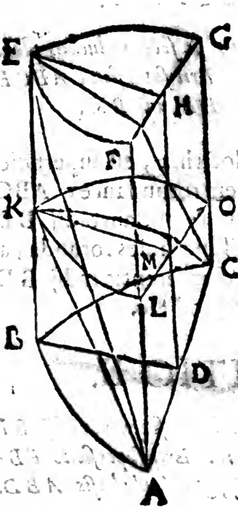
IN Miſcellanei noſtri Geometrici parte tertia, quædam explicauimus ad analogiam attinentia, quam tunc animaduertimus reperiri inter ſuperficiem cylindricam trunci ſiniſtri cylindrici recti exiſtentis ſuper qualibet figura circa diametrum, reſecti plano diagonaliter tranſeunte per baſim, & per punctum in latere, & ſuperficiem curuam ſolidi rotundi ex baſi, congruenti modo reuoluta. Verumtamen, quoniam doctrina illo loco explanata poteſt aliqualiter ampliari; repetemus in præſenti, breuiter quoad fieri poterit, ea omnia, quæ pro intelligentia inferius dicendorum, neceſſaria conſpiciuntur. In reliquis, lectorem remittentes ad lecturam dictæ tertiæ partis.

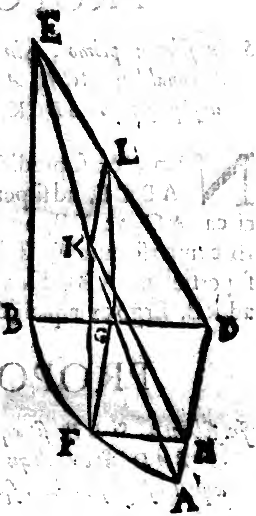
In citatæ ergo partis propoſit. prim. probauimus, quod ſi in diagrammate poſito ibidem pag. 121. (quod denuò hìc apponimus, & primum nuncupabimus, ad diſtinctionem poſiti in pag. 223. quod ſecundum appellabitur) A B C, ſit figura quælibet circa axim B D, ſuper qua extet cylindricus rectus, qui ſit ſectus plano diagonali A E C: probauimus inquam, ſuperficiem cylindricam trunci ſiniſtri A E C (quem P. Greg. à Sancto Vicent. in lib. 9. de quadr. cir. & Ricardus Albius in calce Hemiſphær. diſſec. Vngulam vocitant) eſſe ad ſuperficiem curuam ſolidi ex A B C, reuoluta circa A C, excepta baſi ſi adeſſet (vtpotè ſi volueretur A B D) vt E B, ad circumferentiam circuli radij B D.

In ſchol. pri. adnotauimus, aſſertum verificari non modò de totis magnitudinibus, verum etiam de partibus proportionalibus ipſarum. Non enim (in dimidio trunco ſiniſtro A B D E, ſeorſim poſito facilitatis gratia, in ſecundo ſchemate) tota ſuperficies cylindrica E B A, eſt ad totam ſuperficiem rotundam ex B F A, circa D A, reuoluta, vt E B, ad circumferentiam radij B D: ſed etiam in dicta ratione, eſt v. g. ſuperficies cylindrica K F A, ad ſuperficiem ex F A. Idem eſt de reliquis partibus proportionalibus ſubintelligendum.

Ex his, & ex doctrinis vniuerſalibus à nobis explicatis in lib. 4. de Infin. Parab. aliquandò concluſum fuit, dictas ſuperficies eſſe quantitates proportionaliter analogas, tam quoad magnitudinem, quam

quoad





quoad grauitatem; tam ſecundum totum, quam ſecundum partes proportionales.

Hæc, & ſimilia collecta fuerunt tunc temporis. In præſenti, alia ſunt conſideranda, partim tunc neglecta; partim nunc ſolum animaduerſa.

PROPOSITIO I.

Si in ſchem: primo, cylindricus ſit ſectus duobus planis diagonalibus AC E, ACK. Erit ſuperficies ABC E, ad ſuperficiem ABC K, vt EB, ad BK.

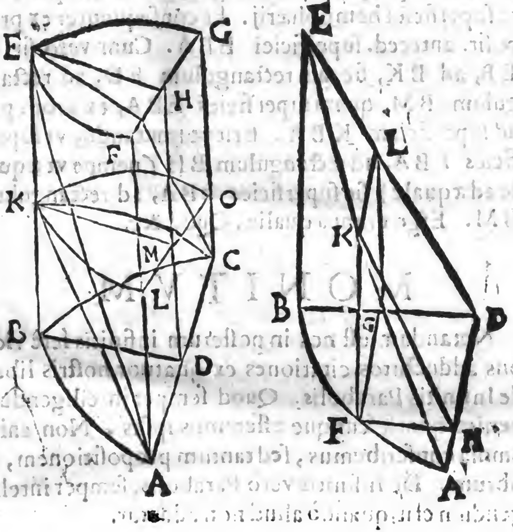
NAm, ex ſupradicta doctrina, eſt ſuperficies ABC E, ad ſuperficiem rotundam ex ABC, circa AC, vt EB, ad circumferentiam radij BD. Ex conuerſo autem, eſt dicta ſuperficies rotunda, ad ſuperficiem ABC K, vt circumferentia radij BD, ad KB. Ergo ex æquali, &c. Quod &c.

PROPOSITIO II.

In ſchem. 2. Si EB, ſit æqualis circumferentiæ radij BD, & BAD, ſit circuli quadrans. Erit ſuperficies EBA, æqualis ſuperficiei hemiſphærij, & octupla baſis ABD.

QVod enim ſit æqualis ſuperficiei hemiſphærij, non indiget probatione; cum ex reuolutione ABD, circa AD, generetur hemiſphærium. Quod verò ſit octupla ABD, patet ex famoſis doctrinis Archimedis prim. de ſphær. & cylind. propoſ. 31. vbi probat ſuperficiem ſphæræ quadruplam fore circuli maximi. Vndè ſuperficies hemiſphærij, cui eſt æqualis ipſa EBA, erit dupla circuli, & octupla quadrantis BAD.

PRO-



PROPOSITIO III.

In primo ſchem. ſi A B D, ſit circuli quadrans. Superficies K B A, erit æqualis ſemper rectangulo B M.

SVpponatur etenim EB, æqualis circumferentiæ radij BD. Facile deducetur ex Archim.

pro-

propoſit. prim. de cir. quad. & ex noſtro lib. 2. de Infin. Parab. propoſit. 6. rectangulum E D, æquale fore ſuperficiei hemiſphærij. Et conſequenter ex propoſit. anteced. ſuperficiei E B A. Cum verò ſit vt E B, ad B K, ſic tam rectangulum E D, ad rectangulum B M, quam ſuperficies E B A, ex prop. pri. ad ſuperficiem K B A. Erit permutando, vt ſuperficies E B A, ad rectangulum B H (nempe vt æquale ad æquale) ſic ſuperficies k B A, ad rectangulum B M. Ergo erunt æqualia. Quod &c.

MONITVM.

Notandum eſt nos in poſterum infinitis ferè vicibus adducturos citationes ex quatuor noſtris libris de Infinitis Parabolis. Quod ſemper intelligendum veniet quotieſcunque afferemus ipſas. Non enim omnia conſcribemus, ſed tantum propoſitionem, & librum. De Infinitis verò Parabolis, ſemper intelligendum erit, quandò aliud non addetur.

PROPOSITIO IV.

In eodem ſchem. ſi A B D, ſit quadrans circuli, & K B, ſit æqualis B D, ſemidiametro. Superficies K B A, erit æqualis quadrato circumſcripto A B D, quadranti.

Nam,

NAm, cum rectangulum BM, ſit æquale quadrato circumſcripto quadranti, quia kB, eſt æqualis BD, ſeu DA: & cum rectangulum BM, ſit ex propoſit. anteced. æquale ſuperficiei kBA. Ergo & ſuperficies æqualis erit quadrato. Quod &c.

PROPOSITIO V.

In ſec: ſchem. ſi ABD, ſit circuli quadrans. Superficies AFK, erit ad ſuperficiem ABE, vt AH, ad AD (ſi FH, ſit ſinus rectus arcus FA).

QVia ſuperficies AFk, eſt ad ſuperficiem ABE, vt ſuperficies ſphærica ex FA, ad ſuperficiem ex BFA, circa AD, reuolutis, ex ſupradictis; Et colligitur ex Archim. pri. de ſphæ: & cylind: propoſit. 40, & 41. eſſe ſuperficiem ſphæricam ex FA, ad ſuperficiem ſphæricam ex BFA, vt AH, ad AD. Facilè patet propoſitum.

SCHOLIVM.

Non diſſimili modo oſtenderetur, eſſe ſuperficiem EBFk, ad ſuperficiem EBA, vt DH, ad DA.

PROPOSITIO VI.

In eodem ſchem. ſi ABD, ſit dimidia cuiuslibet figuræ circa diametrum BD, & EB, ſit æqualis BD:

vndè

vndè conſequenter KF, ſit æqualis FH. Quælibet in ſuperficie EBA, parallela EB, habebit ſibi æqualem in baſi BAD, parallelam BD, ductam ab eodem puncto curuæ BFA.

Res eſt manifeſtiſſima.

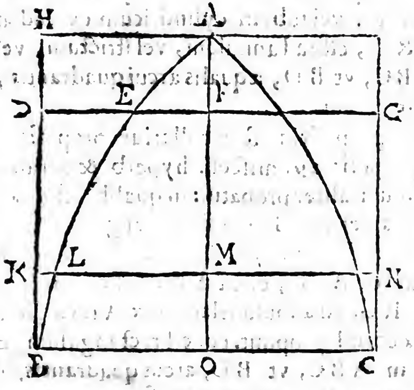
COROLLARIVM.

Ergo ſi BAD, ſit quadrans circuli; cuilibet parallelæ, puta KF, erit æqualis aliquis ſinus rectus FH, alicuius arcus, putà FA: non tamen ſuperficies EBA, erit æqualis quadranti BAD; quia ex propoſit. 4. eſt æqualis quadrato quadranti circumſcripto. Hæc autem oriuntur ex tranſitus diuerſitate.

PROPOSITIO VII.

Si in quadrante BCA, ſint arcus BD, CE, æquales, & ſint DF, EG, ſinus recti arcuum BD, BE. Erunt quadrata DF, EG, ſimul æqualia quadrato CA.

DVcantur ſinus rectus EH, arcus EC, & ſemidiameter EA. Quadratum EA, eſt æquale quadratis EH, HA. Sed quia arcus EC, eſt æqualis arcui DB; Quadratum EH, eſt æquale quadrato DF. uadratum EA, eſt æquale quadrato CA: & quadratum HA, eſt æquale quadrato



PROPOSITIO XII.

Si quælibet ſuperficies Vngulæ duplicata circa axim, cum ſibi circumſcripto rectangulo rotetur, vel circa latus rectanguli parallelum axi; vel circa axi extra figuram diſtantem iuxta quancunque diſtantiam. Erit cylindrus, vel tubus circumſcriptus ſolido, ad ipſum ſolidum, vt axis (nempe arcus quadrantis) ad ſemidiametrum ipſius.

A B D, ſuperficies vngulæ ſit duplicata circa B D, & ipſa cum ſibi circumſcripto rectangulo E C, intelligatur rotari, vel circa F C, vel cir-

C ca

ESto ſuperficies vngulæ B A O, cum ſibi circumſcripto rectangulo H O, & hæc rotentur circa A O. Aſſero, cylindrum H C, duplum eſſe ſolidi rotundi B A C.

Accipiantur arbitrariè puncta F, & M, æque remota à punctis A, O; & per ipſa ducantur DG, kN, parallelæ B C.

Quoniam ex propoſit. 8. quadrata E F, L M, ordinatim applicatarum, ſimul æqualia ſunt quadrato B O: & quadrato B O, ſeù k M, eſt æquale idem quadratum L M, cum rectangulo K L N. Ergo quadratum E F, erit æquale rectangulo k L N. Ergo & circulus radij E F, erit æqualis armillæ circulari K L N. Cum verò puncta F, M, ſumpta fuerint arbitrariè: ergo omnes circuli ſolidi A B C, paralleli baſi BOC, erunt æquales omnibus armillis ex BHA, circa A O. Ergo & ſolida erunt æqualia. Ergo cylindrus duplus ſolidi. Quod &c.

SCHOLIVM.

Ex progreſſu, & ex modo argumentandi, licet animaduertere, ſolida ex B A O, & ex B H A, eſſe æqualia, non tantum ſecundum totum, verum etiam ſecundum partes proportionales. Quare lector in noſtris operibus exercitatus, faciliter colliget, eſſe quantitates proportionaliter analogas, tam ſecundum totum, quam ſecundum partes proportionales; tam in magnitudine, quam in grauitate.

PRO-

TRACTATVS PRIMVS.

DE SVPERFICIE VNGVLÆ.

SECTIO PRIMA.

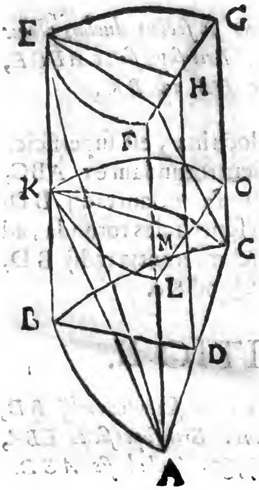
IN Miſcellanei noſtri Geometrici parte tertia, quædam explicauimus ad analogiam attinentia, quam tunc animaduertimus reperiri inter ſuperficiem cylindricam trunci ſiniſtri cylindrici recti exiſtentis ſuper qualibet figura circa diametrum, reſecti plano diagonaliter tranſeunte per baſim, & per punctum in latere, & ſuperficiem curuam ſolidi rotundi ex baſi, congruenti modo reuoluta. Verumtamen, quoniam doctrina illo loco explanata poteſt aliqualiter ampliari; repetemus in præſenti, breuiter quoad fieri poterit, ea omnia, quæ pro intelligentia inferius dicendorum, neceſſaria conſpiciuntur. In reliquis, lectorem remittentes ad lecturam dictæ tertiæ partis.

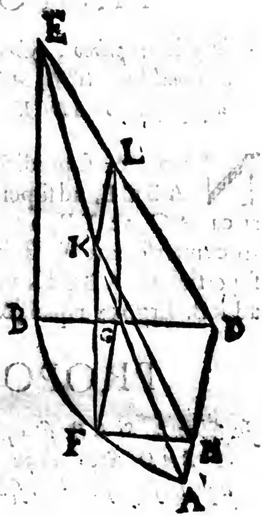
In citatæ ergo partis propoſit. prim. probauimus, quod ſi in diagrammate poſito ibidem pag. 121. (quod denuò hìc apponimus, & primum nuncupabimus, ad diſtinctionem poſiti in pag. 223. quod ſecundum appellabitur) A B C, ſit figura quælibet circa axim B D, ſuper qua extet cylindricus rectus, qui ſit ſectus plano diagonali A E C: probauimus inquam, ſuperficiem cylindricam trunci ſiniſtri A E C (quem P. Greg. à Sancto Vicent. in lib. 9. de quadr. cir. & Ricardus Albius in calce Hemiſphær. diſſec. Vngulam vocitant) eſſe ad ſuperficiem curuam ſolidi ex A B C, reuoluta circa A C, excepta baſi ſi adeſſet (vtpotè ſi volueretur A B D) vt E B, ad circumferentiam circuli radij B D.

In ſchol. pri. adnotauimus, aſſertum verificari non modò de totis magnitudinibus, verum etiam de partibus proportionalibus ipſarum. Non enim (in dimidio trunco ſiniſtro A B D E, ſeorſim poſito facilitatis gratia, in ſecundo ſchemate) tota ſuperficies cylindrica E B A, eſt ad totam ſuperficiem rotundam ex B F A, circa D A, reuoluta, vt E B, ad circumferentiam radij B D: ſed etiam in dicta ratione, eſt v. g. ſuperficies cylindrica K F A, ad ſuperficiem ex F A. Idem eſt de reliquis partibus proportionalibus ſubintelligendum.

Ex his, & ex doctrinis vniuerſalibus à nobis explicatis in lib. 4. de Infin. Parab. aliquandò concluſum fuit, dictas ſuperficies eſſe quantitates proportionaliter analogas, tam quoad magnitudinem, quam

quoad





quoad grauitatem; tam ſecundum totum, quam ſecundum partes proportionales.

Hæc, & ſimilia collecta fuerunt tunc temporis. In præſenti, alia ſunt conſideranda, partim tunc neglecta; partim nunc ſolum animaduerſa.

PROPOSITIO I.

Si in ſchem: primo, cylindricus ſit ſectus duobus planis diagonalibus AC E, ACK. Erit ſuperficies ABCE, ad ſuperficiem ABCK, vt EB, ad BK.

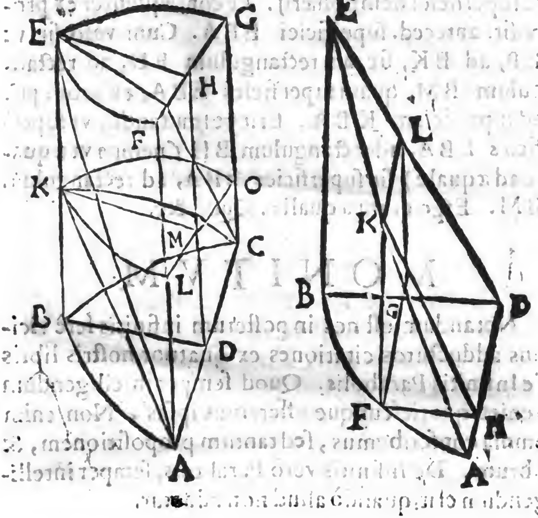
NAm, ex ſupradicta doctrina, eſt ſuperficies ABCE, ad ſuperficiem rotundam ex ABC, circa AC, vt EB, ad circumferentiam radij BD. Ex conuerſo autem, eſt dicta ſuperficies rotunda, ad ſuperficiem ABCK, vt circumferentia radij BD, ad kB. Ergo ex æquali, &c. Quod &c.

PROPOSITIO II.

In ſchem. 2. Si EB, ſit æqualis circumferentiæ radij BD, & BAD, ſit circuli quadrans. Erit ſuperficies EBA, æqualis ſuperficiei hemiſphærij, & octupla baſis ABD.

QVod enim ſit æqualis ſuperficiei hemiſphærij, non indiget probatione; cum ex reuolutione ABD, circa AD, generetur hemiſphærium. Quod verò ſit octupla ABD, patet ex famoſis doctrinis Archimedis prim. de ſphær. & cylind. propoſ. 31. vbi probat ſuperficiem ſphæræ quadruplam fore circuli maximi. Vndè ſuperficies hemiſphærij, cui eſt æqualis ipſa EBA, erit dupla circuli, & octupla quadrantis BAD.

PRO-



PROPOSITIO III.

In primo ſchem. ſi ABD, ſit circuli quadrans. Superficies KBA, erit æqualis ſemper rectangulo BM.

SVpponatur etenim EB, æqualis circumferentiæ radij BD. Facile deducetur ex Archim.

pro-

propoſit. prim. de cir. quad. & ex noſtro lib. 2. de Infin. Parab. propoſit. 6. rectangulum E D, æquale fore ſuperficiei hemiſphærij. Et conſequenter ex propoſit. anteced. ſuperficiei E B A. Cum verò ſit, vt E B, ad B K, ſic iam rectangulum E D, ad rectangulum B M, quam ſuperficies E B A, ex prop. pri. ad ſuperficiem K B A. Erit permutando, vt ſuperficies E B A, ad rectangulum B H (nempe vt æquale ad æquale) ſic ſuperficies k B A, ad rectangulum B M. Ergo erunt æqualia. Quod &c.

MONITVM.

Notandum eſt nos in poſterum infinitis ferè vicibus adducturos citationes ex quatuor noſtris libris de Infinitis Parabolis. Quod ſemper intelligendum veniet quotieſcunque afferemus ipſas. Non enim omnia conſcribemus, ſed tantum propoſitionem, & librum. De Infinitis verò Parabolis, ſemper intelligendum erit, quandò aliud non addetur.

PROPOSITIO IV.

In eodem ſchem. ſi A B D, ſit quadrans circuli, & K B, ſit æqualis B D, ſemidiametro. Superficies K B A, erit æqualis quadrato circumſcripto A B D, quadranti.

Nam,

NAm, cum rectangulum BM, ſit æquale quadrato circumſcripto quadranti, quia kB, eſt æqualis BD, ſeu DA: & cum rectangulum BM, ſit ex propoſit. anteced. æquale ſuperficiei kBA. Ergo & ſuperficies æqualis erit quadrato. Quod &c.

PROPOSITIO V.

In ſec: ſchem. ſi ABD, ſit circuli quadrans. Superficies AFK, erit ad ſuperficiem ABE, vt AH, ad AD (ſi FH, ſit ſinus rectus arcus FA).

QVia ſuperficies AFk, eſt ad ſuperficiem ABE, vt ſuperficies ſphærica ex FA, ad ſuperficiem ex BFA, circa AD, reuolutis, ex ſupradictis; Et colligitur ex Archim. pri. de ſphæ: & cylind: propoſit. 40, & 41. eſſe ſuperficiem ſphæricam ex FA, ad ſuperficiem ſphæricam ex BFA, vt AH, ad AD. Facilè patet propoſitum.

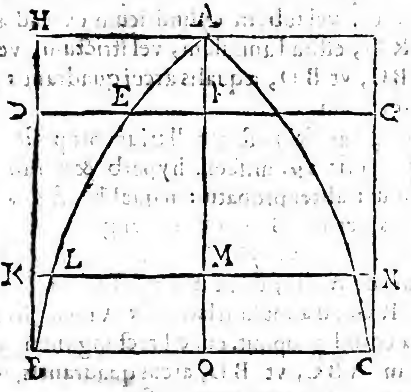
SCHOLIVM.

Non diſſimili modo oſtenderetur, eſſe ſuperficiem EBFk, ad ſuperficiem EBA, vt DH, ad DA.

PROPOSITIO VI.

In eodem ſchem. ſi ABD, ſit dimidia cuiuslibet figuræ circa diametrum BD, & EB, ſit æqualis BD:

vndè



PROPOSITIO XII.

Si quælibet ſuperficies Vngulæ duplicata circa axim, cum ſibi circumſcripto rectangulo rotetur, vel circa latus rectanguli parallelum axi; vel circa axi extra figuram diſtantem iuxta quancunque diſtantiam. Erit cylindrus, vel tubus circumſcriptus ſolido, ad ipſum ſolidum, vt axis (nempe arcus quadrantis) ad ſemidiametrum ipſius.

ABD, ſuperficies vngulæ ſit duplicata circa BD, & ipſa cum ſibi circumſcripto rectangulo EC, intelligatur rotari, vel circa FC, vel cir-

ca quamcunque R G, diſtantem ab F C; ſecundum quamcunque diſtantiam. Dico cylindrum ex rectangulo E C, vel tubum cylindricum ex eadem circa v. g. R G, eſſe ad annulum, vel ſtrictum, vel latum ex A B C, vt B D, æqualis arcui quadrantis, ad ſemidiametrum.

Hæc propoſitio eſt corollarium propoſit. 11. lib. 2. & propoſit. 29. miſcell. hyperb & parab. in quibus vniuerſaliter probatur: in qualibet figura A B C, circa diametrum B D, eſſe rectangulum E C, ad figuram A B C, vt cylindrus ex E C, circa F C, ad ſolidum ex A B C, circa F C: vel vt tubus ex E C, circa R G, ad annulum latum ex A B C, circa R G. Sed ex coroll. propoſit. 10. eſt rectangulum E C, ad figuram A B C, vt B D, arcus quadrantis, ad ſemidiametrum. Ergo patet propoſitum.

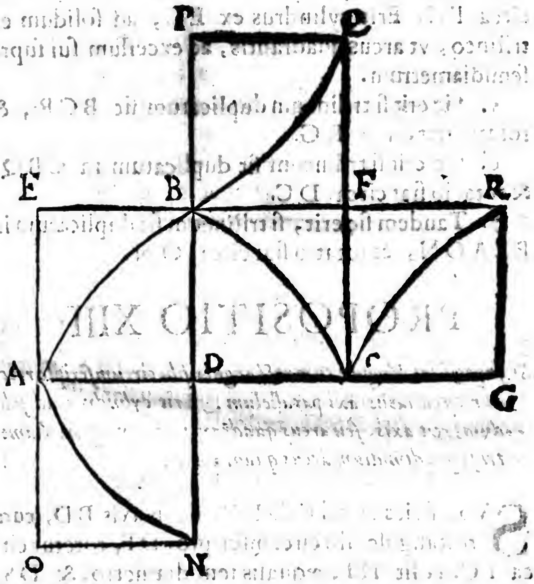
SCHOLIVM.

Ex citatis verò propoſitionibus, & præcipue ex 29. miſcellanei, patet, figuram A B C, & annulos ex A B C, dictis modis reuoluta, eſſe quantitates proportionaliter analogas, tam in magnitudine, quam in grauitate; tam ſecundum totum, quam ſecundum partes proportionales.

Sed ex dictis propoſitionibus patet, etiam dicta verificari non ſolum de dictis ſolidis, ſed etiam de alijs, quæ nunc recenſebimus.

1. Si ſuperficies vngulæ D B C, duplicetur in

DBCRG,



DBCRG. Erit cyiindrus ex BG, circa RG, ad annulum ex DBCRG, circa RG, vt arcus quadrantis, ad ſemidiametrum. Idem intelligatur de annulis latis, & tubis cylindricis; nè idem, cum lectorum tædio, cogamur repetere.

2. Si duplicetur in CDBQP, & rotatio fiat circa DC, vel PQ; ſolida erunt in eadem ratione.

3. Si duplicetur in BAN, & rotatio fiat circa ON.

4. Si trilineum duplicatum AEBFC, rotetur circa FC. Erit cylindrus ex EC, ad ſolidum ex trilineo, vt arcus quadrantis, ad exceſſum ſui ſupra ſemidiametrum.

5. Sic erit ſi trilineum duplicatum ſit BCR, & rotatio fiat circa RG.

6. Sic erit ſi trilineum ſit duplicatum in CBQ, & rotatio fiat circa DC.

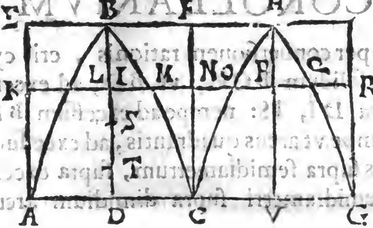
7. Tandem ſic erit, ſi trilineum ſit duplicatum in BEAON, & rotatio fiat circa ON.

PROPOSITIO XIII.

Si ſuperficies Vngulæ cum rectangulo ſibi circumſcripto rotetur circa latus axi parallelum. Erit cylindrus ad ſolidum, vt axis, ſeu arcus quadrantis, ad exceſſum diametri ſupra dimidium arcus quadrantis.

SVperficies vngulæ DBC, cuius axis BD, cum rectangulo ſibi circumſcripto DF, rotetur circa FC, & ſit DI, æqualis ſemidiametro, & DS, ſit dimidia DB. Dico cylindrum BV, eſſe ad ſolidum DBGHV, vt BD, ad exceſſum duplæ DI, ſupra SD; nempe ad ID, ſemidiametrum, vna cum IS, exceſſu ipſius ſupra DS, dimidiam BD.

Superficies vngulæ intelligatur duplicata in ABC, cum rectangulo ſibi circumſcripto, & ipſa cum parallelogrammo rotetur circa FC. Quoniam ex coroll. propoſit. 10. eſt rectangulum IC, ad figu-



ram ABC, vt BD, ad DI, & vt EC, ad ABC, ſic ex propoſit. antecedent. cylindrus EG, ad ſolidum ABCHG: & ſolidum ABCHG, eſt ex propoſit. 30. miſcell. hyperb. & parab. æquale quatuor ſolidis, nempe duobus DBCHV, genitis ex reuolutione DBC, circa FC, & duobus ABC, ortis ex reuolutione DBC, circa DB. Ergo etiam cylindrus EG, erit ad duo ſolida ABC, cum duobus DBCHV, vt DB, ad DI; ſeù vt quadrupla DB, ad quadruplam DI. Ergo cylindrus BV, quarta pars cylindri EG, erit ad vnicum ſolidum ABC, cum vnico DBCHV, vt DB, ad duplam DI. Sed ex propoſit. 11. erat cylindrus BV, ſeù BC, ei æquale, ad ſolidum ABC, vt BD, ad DS. Ergo erit ad DBCHV, vt DB, ad exceſſum duplæ DI, ſupra DS: nempe ad DI, cum IS. Quod &c.

COROLLARIVM.

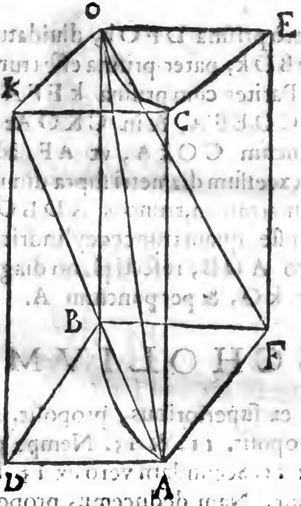
Ergo per conuerſionem rationis, erit cylindrus B V, ad ſolidum B C H, vt B D, ad exceſſum ipſius ſupra D I, I S: nempe ad exceſſum B I, ſupra I S: nempe vt arcus quadrantis, ad exceſſum exceſſus ipſius ſupra ſemidiametrum, ſupra exceſſum exceſſus ſemidiametri ſupra dimidium arcus quadrantis.

PROPOSITIO XIV.

Si ſuper ſuperficie vngulæ, & ſuper rectangulo ei circumſcripto, ſint cylindrici recti æquealti ſecti diagonaliter plano tranſeunte per axim ſuperficiei, & per latus oppoſitum. Priſma, dimidium cylindrici ſuper rectangulo, erit trunci ſiniſtri cylindrici ſuper ſuperficie, duplum. Ad truncum verò dexterum erit, vt arcus quadrantis, ad exceſſum diametri ſupra dimidium arcus quadrantis.

SIt A B F, ſuperficies vngulæ, cuius baſis B F, axis A F, & tam ſuper ipſa, quam ſuper rectangulo D F, ſint cylindrici recti æquealti ſecti plano diagonali A K O F. Dico priſma A D B F O K, eſſe ad truncum ſiniſtrum A B F O, vt 2. ad 1. Ad truncum vero dexterum C O E F A, vt A F, ad exceſſum diametri ſupra dimidiam A F.

Patet, primum. Quia ex propoſit. 10. lib. 2. eſt priſma



ma ad truncum ſiniſtrum, vt cylindrus ex DF, circa FA, ad ſolidum ex BAF, circa FA. Sed ex propoſit. 11. cylindrus eſt duplus ſolidi. Ergo &c.

Patet ſecundum. Quia ex citat. propoſit. 10. lib. 2. priſma eſt ad truncum dexterum, vt cylindrus ex DF, circa DB, ad ſolidum ex ABF, circa BD. Sed cylindrus eſt ad ſolidum, ex propoſit. anteced. vt AF, ad exceſſum diametri ſupra dimidiam AF. Ergo &c.

SCHO-

SCHOLIVM I.

Cum verò priſma DFOk, diuidatur in ABFO, & in ADBOk; patet priſma eſſe trunci ADBOk, duplum. Pariter cùm priſma kEFA, diuidatur in truncum COEFA, & in CKOA: patet priſma eſſe ad truncum COkA, vt AF, ad exceſſum ipſius ſupra exceſſum diametri ſupra dimidiam AF.

Notetur attamen, truncos ADBOk, CkOA, aliud non eſſe, quam truncos cylindrici exiſtentis ſuper trilineo ADB, reſecti plano diagonaliter tranſeunte per kO, & per punctum A.

SCHOLIVM II.

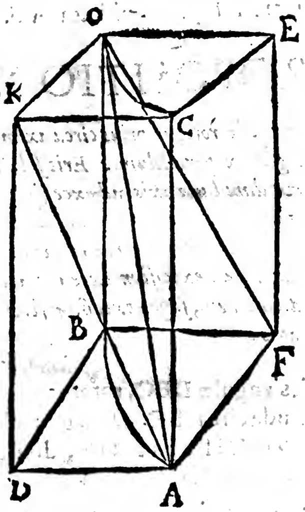
Patuit ex ſuperioribus, propoſit. 14. deductam eſſe ex propoſit. 11. & 13. Nempe primam ipſius partem ex 11. Secundam verò ex 13. Nunc è contra operabimur. Nam deducemus propoſit. 13. ex ſecunda parte propoſit. 14. aliter oſtenſæ.

ALITER.

Secunda pars propoſitionis anteced. aliter oſtenſa.

Quoniam totum parallelepipedum DE, eſt totius cylindrici ABFEOC, vt rectangulum DF, ad ſuperficiem ABF: nempe ex coroll. propoſit. 10.

vt



vt A F, ad ſemidiametrum. Ergo priſma dimidium D E, erit ad totum cylindricum ſuper A B F, vt dimidia A F, ad ſemidiametrum: nempe vt tota A F, ad diametrum. Sed ex prima parte propoſit. eſt ad truncum ſiniſtrum ABFO, vt A F, ad ſui dimidium. Ergo erit ad reliquum truncum dexterum OCEFA, vt A F, ad exceſſum diametri ſupra dimidiam AF.

Ex his,& ex dictis in propoſit.10, lib.2. poteſt con-

cludi propoſit. 13. nimirum cylindrum ex DF, circa DB, eſſe ad ſolidum ex ABF, circa DB, vt AF, ad exceſſum diametri ſupra dimidiam AF.

PROPOSITIO XV.

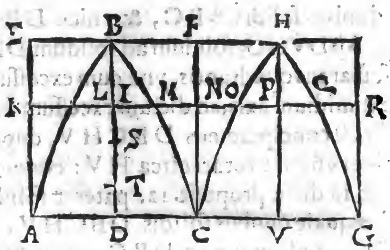
Si ſuperficies vngulæ rotetur prius circa axim, deinde circa latus rectanguli axi parallelum. Erit ſolidum circa axim ad aliud, vt dimidium axis, ad exceſſum diametri ſupra ipſum. Si verò ſic rotetur trilineum, exceßus rectanguli ſupra ſuperficiem. Erit ſolidum circa axim, ad aliud, vt dimidium axis, ad exceſſum exceſſus arcus quadrantis ſupra ſemidiametrum, ſupra exceßum ſemidiametri ſupra dimidium axis.

SVperficies vngulæ DBC, rotetur prius circa axim DB, deinde circa FC. Dico eſſe ſolidum ABC, ad ſolidum BDCHV, vt DS, dimidia DB, ad DI, ſemidiametrum, vna cum IS. Si verò ſic rotetur BFC. Dico ſolidum AEBFC, eſſe ad ſolidum BCH, vt DS, ad exceſſum BI, ſupra IS.

Primum probatur. Quia ſolidum ABC, eſt ad cylindrum EC, vt DS, ad DB, ex propoſit. 11. Sed cylindrus EC, ſeu BV, eſt ad ſolidum DBCHV, vt DB, ad DI, cum IS, ex propoſit. 13. Ergo ex æqualitate ABC, ſolidum, ad ſolidum DBCHV, vt DS, ad DI, cum IS.

Probatur ſecundum. Quia ſolidum AEBFC, eſt ex propoſit. 11. ad cylindrum EC, vt DS, ad DB.

Sed



Sed ex coroll. propoſit. 13. eſt E C, ſeù B V, cylindrus, ad ſolidum BCH, vt DB, ad exceſſum BI, ſupra IS. Ergo ex æquali, patet propoſitum.

SCHOLIVM I.

Notandum verò eſt, eadem proportio, quæ probatur reperiri inter ſolida A B C, D B C H V, probari quoque poſſe cadere inter truncos cylindrici exiſtentis ſuper ſuperficie vngulæ A B F, in ſchemate prop. anteced. Et illa, quæ reperitur inter ſolida AEBFC, & BCH, probabitur etiam adinueniri inter truncos cylindrici ſuper A E B, trilineo exiſtentis.

SCHOLIVM II.

Sed cum in progreſſu propoſit. 12. licuerit intueri ſolidum ABCHG, æquale fore duobus ſolidis ABC,

 & duo-

& duobus DBCHV: patet ſolidum ABDVHG, eſſe æquale duobus ſolidis ABC, & vnico DBCHV. Erit ergo ABDVHG, ſolidum ad ſolidum DBCHV, vt axis, ſeù arcus quadrantis, vna cum exceſſu diametri ſupra dimidium axis, ad dictum exceſſum.

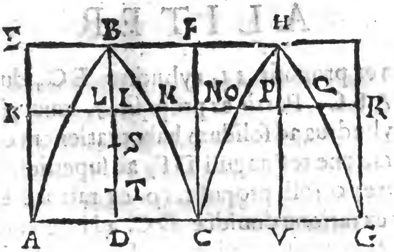
Pariter, ſi conciperemus DBCHV, duplicatam ſuperficiem vngulæ rotari circa HV: eodem modo quo patuit in dicta propoſit. 12. pateret ſolidum dictum eſſe æquale duobus ſolidis DBCHV, & duobus CHG. Et ſolidum ex DBC, circa HV, eſſe æquale duobus DBCHV, & vno CHG. Quare deducetur eſſe ſolidum ex DBC, circa HV, ad ſolidum CHG, vt duplus exceſſus diametri ſupra dimidium arcus quadrantis, ſeù axis, vna cum dimidio axis, (nempe, vt ſeſquialtera diametri, vna cum exceſſu ſemidiametri ſupra dimidium arcus quadrantis) ad dimidium arcus quadrantis.

PROPOSITIO XVI.

Si ſuperficies vngulæ intelligatur appenſa ſecundum baſim. Hæc taliter ſecabitur à centro æquilibrij ipſius, vt pars terminata ad axim, ſit ad reliquam, vt dimidium axis, ad ſemidiametrum, cum exceſſu ipſius ſupra dimidium axis.

SVperficies vngulæ DBC, intelligatur appenſa ſecundum DC. Dico, centrum æquilibrij ſuperficiei ità ſecare DC, vt pars terminata ad D, ſit

ad



ad reliquam,vt DS, ad DI, cum IS.

Præſens propoſitio deducitur ex vniuerſaliſſima propoſit. 4. lib. 3. in qua oſtenditur, ſecari DC, à tali centro æquilibrij, ſeù à centro grauitatis duplicatæ figuræ DBC, circa baſim DC, in ratione ſolidorum ABC, DBCHV. Sed ex propoſit. anteced. ſolidum eſt ad ſolidum, vt DS, ad DI, cum IS. Ergo etiam in tali ratione ſecabitur DC, à tali centro æquilibrij; ſeù à centro grauitatis duplicatæ ſuperficiei DBC, ad partes DC. Quod &c.

SCHOLIVM.

Sed præſens propoſitio, quæ probata fuit ex propoſit. antecedent. & ex alijs ſupra poſitis, potuiſſet alio modo ſtatim deduci ex propoſit. 11.

ALI-

ALITER.

Nam ex propoſit. 11. cylindrus EC, duplus eſt ſolidi ABC. Porrò ex propoſit. 3. vniuerſaliſſima lib. 3. cylindrus ad ſolidum habet rationem compoſitam ex ratione rectanguli DF, ad ſuperficiem DBC (nempe ex coroll. propoſit. 10. ex ratione BD, ad DI) & ex ratione dimidiæ DC, ad interceptam inter D, & centrum æquilibrij ipſius DBC. Ergo ratio cylindri ad ſolidum, nempe BD, ad DS, componetur ex ijſdem rationibus. Sed pariter ratio BD, ad DS (de foris ſumpta DI) componitur ex rationibus BD, ad DI, & DI, ad DS. Ergo hæ duæ rationes æquales prioribus. Communi ergo ablata ratione BD, ad DI; rationes ID, ad DS, & dimidiæ DC, ad interceptam inter D, & centrum æquilibrij ſuperficiei erunt æquales. Et antecedentium dupla: erit ergo vt dupla ID, nempe diameter, ad DS, ſic CD, ad talem interceptam. Et diuidendo, & conuertendo. Erit DS, ad DI, cum IS, vt intercepta inter D, & centrum æquilibrij DBC, appenſæ ſecundum DC, ad reliquam ipſius DC. Quod &c.

Ex centro autem æquilibrij adinuento poſſent viceverſa deduci ea, ex quibus ſupra deductum fuit ipſum centrum.

PRO-

PROPOSITIO XVII.

Si trilineum, exceſſus rectanguli ſupra ſuperficiem vngulæ, intelligatur ſic appenſum. Erit pars terminata ad diametrum, ad aliam, vt dimidium axis ſuperficiei, ad exceſſum differentiæ inter ſemidiametrum, & axim ſupra differentiam ſemidiametri, & dimidij axis.

SEd trilineum BFC, intelligatur appenſum, ſiuè ſecundum DC, ſiuè ſecundum DF. Dico partem terminatam ad B, eſſe ad reliquam, vt DS, ad exceſſum BI, ſupra IS. Patet, quia in tali ratione eſt ſolidum AEBFC, ad ſolidum BCH. Quare ex citat. propoſit. 4. lib. 3. concludetur propoſitum.

SCHOLIVM I.

Sed centrum æquilibrij trilinei poteſt reperiri: quia in BF, habemus medium punctum ipſius, quod eſt centrum æquilibrij parallelogrammi; & centrum æquilibrij ſuperficiei DBC, ex propoſit. anteced. & ratio ſuperficiei ad trilineum. Vndè ex doctrinis Archimedis in æqueponderantibus, non latebit centrum æquilibrij trilinei. Sed hoc centrum, quod repertum eſt in hac propoſit. ex proportione ſolidorum ex trilineo circa BD, FC, reuoluto; poteſt etiam aliter reperiri ex propoſit. 11.

ALI-

ALITER.

Cum etiam ex dicta propoſit. ſit cylindrus EC, duplus ſolidi AEBFC, nempe vt BD, ad BS; & ratio cylindri ad ſolidum componatur ex ratione rectanguli DF, ad trilineum BFC, (nempe ex ratione DB, ad BI,) & ex ratione dimidiæ FB, ad interceptam inter B, & centrum æquilibrij trilinei: & cum etiam ratio DB, ad BS (de foris ſumpta BI) componatur ex ratione DB, ad BI, & BI, ad BS. Rationes DB, ad BI, & huius ad BS, erunt æquales rationibus DB, ad BI, & dimidiæ FB, ad interceptam inter B, & centrum æquilibrij trilinei. Quare etiam rationes BI, ad BS, & dimidiæ FB, ad illam interceptam erunt æquales. Quare & vt antecedentium dupla: nempe erit vt dupla BI, ad BS, ſic FB, ad illam interceptam. Et diuidendo, erit vt exceſſus duplæ BI, ſupra BS, nempe exceſſus BI, ſupra IS, ad BS, ſic intercepta inter F, & centrum æquilibrij ad interceptam inter centrum æquilibrij, & B. Quare conuertendo patebit propoſitum.

SCHOLIVM II.

Ex centris æquilibrij repertis in duabus antecedentibus propoſitionibus, facile erit reperire centra grauitatis quorundam ſolidorum rotundorum; quæ in ſequenti propoſit. explicabimus.

PRO-

PROPOSITIO XVIII.

Quorundam ſolidorum genitorum ex ſuperficie vngulæ variè reuoluta, centrum grauitatis aſſignare.

1 ESto ſuperficies vngulæ DBA, quæ intelligatur duplicata circa baſim AD, & intelligamus ipſam NAB, rotari vel circa ON, vel circa aliam ab ON, diſtantem ſecundum quancumque diſtantiam, (quod intelligemus etiam in ſequentibus) ita vt generentur annuli vel ſtricti, vel lati. Dico centra grauitatis horum annulorum vel ſecare ON (ſi annulus ſit ſtrictus) vel aliam ipſi æqualem circa quam fit reuolutio (ſi annulus ſit latus) vt pars terminata ad O, ſit ad reliquam, vt exceſſus diametri ſupra dimidiam BD, ad dimidiam BD. Nam ex ſchol. propoſit. 12. ſuperficies NAB, eſt proportionaliter analoga cum illis annulis. Ergo ex propoſit. 13. vniuerſaliſſima lib. 4. ità ſecabitur AD, à centro grauitatis figuræ NAB, ac ſecatur ON, à centro grauitatis annuli ſtricti; vel alius axis à centro grauitatis annuli lati. Sed ex propoſit. 16. AD, ſic ſecatur à centro grauitatis figuræ NAB, vt pars terminata ad A, ſit ad reliquam, vt exceſſus diametri ſupra dimidiam DB, ad dimidiam DB. Quare &c.

2 Superficies vngulæ ſit duplicata in CDBPQ, & rotatio fiat circa DC, vt fiat annulus ſtrictus, vel

circa aliam, vt fiat annulus latus. In ſupra dicta ratione ſecabitur DC, vel alius axis, à centro grauitatis annulorum. Quia hi, ex ſchol. propoſit. 12. cit. ſunt proportionaliter analogi cum figura CDBPQ. Centrum verò grauitatis figuræ CDBPQ, ſecare BF, vt pars terminata ad B, ſit ad reliquam, vt BD, dimidia, ad exceſſum diametri ſupra dimidiam BD, eſt manifeſtiſſimum ex propoſit. 16. vt conſideranti patet.

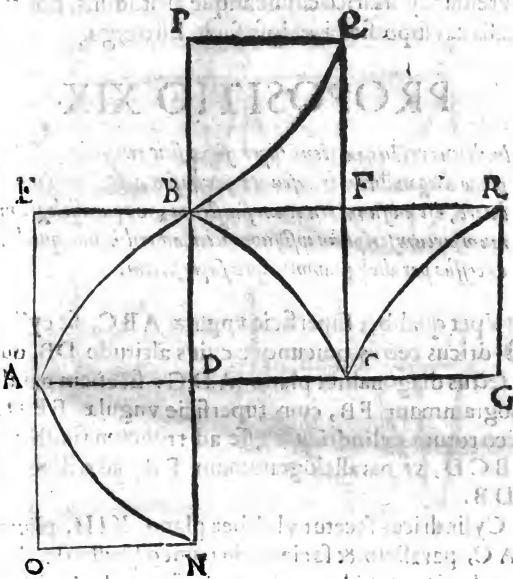
3 Trilineum CBF, intelligatur duplicatum in CBQ; & intelligamus ipſum rotari vel circa DC, vel circa aliam illi parallelam, vt generentur annuli ſtricti, & lati. Cum hi ſint proportionaliter analogi cum trilineo CBQ, ex ſchol. propoſit. 12; facile patebit ex propoſit. anteced. centrum grauitatis annulorum ſecare vel DC, vel aliam, vt pars terminata ad D, ſit ad reliquam, vt dimidia DB, ad exceſſum differentiæ inter DB, & ſemidiametrum, ſupra differentiam ſemidiametri, & dimidiæ DB.

4 Facile ex dictis agnoſcetur, ſic etiam ſecari ON, v. g. à centro grauitatis ſolidi geniti ex reuolutione BEAON, circa ON: ac eodem modo ſecari aliam extra ON, ſi trilinea circa ipſam voluerentur. Nempe ſic, vt pars terminata ad O, ſit ad reliquam, vt dictus exceſſus ad dimidiam DB.

SCHOLIVM.

Omnia antecedentia probata fuerunt in ſequendo

alias



aliàs à nobis oſtenſa, ex proprijs demonſtrationibus. In ſequenti propoſitione adducemus ferè eandem demonſtrationem, quam acutè excogitauit Farbius in propoſ. 8. Attamen aliqualiter ipſam variabimus: quia ipſe diſcurrit in figura ſinuum, quæ eſt baſis determinatæ, nempe ſemidiametri circuli: at nos loquemur vniuerſaliter in qualibet vngulæ ſuperficie

& vtemur cylindrico cuiuſcunque altitudinis, non æqualis axi ſuperficiei, vt ipſe facit. Eſto ergo.

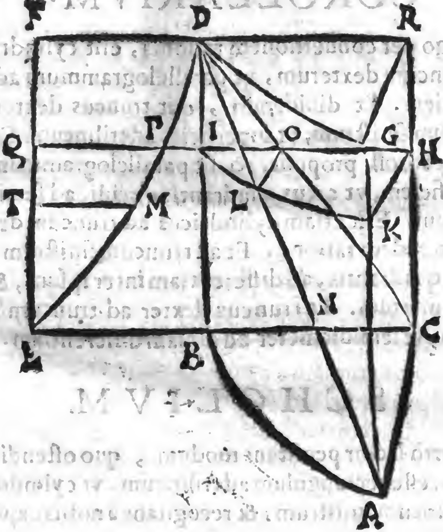
PROPOSITIO XIX.

Cylindricus rectus exiſtens ſuper ſuperficie vngulæ, ſectus plano diagonaliter tranſeunte per baſim, & punctum in latere, eſt ad ſuum truncum ſiniſtrum, vt parallelogrammum circumſcriptum ipſi ſuperficiei, ad trilineum, quod eſt exceſſus parallelogrammi ſupra ſuperficiem.

SVper qualibet ſuperficie vngulæ A B C, ſit cylindricus rectus, quicunque cuius altitudo DB, qui ſit ſectus diagonaliter plano A D C: ſit etiam parallelogrammum F B, cum ſuperficie vngulæ F E D. Dico totum cylindricum eſſe ad truncum ſiniſtrum A B C D, vt parallelogrammum F B, ad trilineum E D B.

Cylindricus ſecetur vbilibet plano K I H, plano B A C, parallelo, & faciente in trunco ſiniſtro ſectionem L I O; & H I, producatur vſque ad P, Q: & fiat E T, æqualis F Q: & ordinatim applicetur T M. Quoniam D B, eſt ad D I, vt B C, ſeu H I, ad I O, propter ſimilitudinem triangulorum D B C, D I O: & vt B D, ad D I, ſic E F, ad F Q, ſeu E T. Ergo vt H I, ad I O, ſic F E, ad E T. Quare etiam ſuperficies H I K, erit ad O I L, vt F E D, ad T E M. Sed ex coroll. 1. propoſit. 9. eſt F E D, ad T E M, vt E B, ſeu Q I, ad I P. Ergo & vt

QI,



QI, ad IP, ſic HIK, ad LIO. Et hoc erit vbicunque traiciatur planum. Ergo facilè concludetur, eſſe totum cylindricum ad ſuum truncum ſiniſtrum, vt parallelogrammum FB, ad trilineum EDB. Quod &c.

CO-

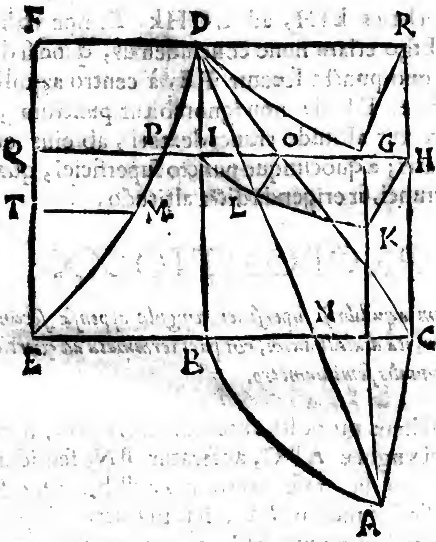
COROLLARIVM.

Ergo per conuerſionem rationis, erit cylindricus ad truncum dexterum, vt parallelogrammum ad ſuperficiem. Et diuidendo, erit truncus dexter ad truncum ſiniſtrum, vt ſuperficies ad trilineum. Cumque ex coroll. propoſit. 10. ſit parallelogrammum ad ſuperficiem, vt arcus quadrantis circuli, ad ſemidiametrum. Erit etiam cylindricus ad truncum dexterum in eadem ratione. Et ad truncum ſiniſtrum, vt arcus quadrantis, ad differentiam inter ipſum, & ſemidiametrum. Et truncus dexter ad truncum ſiniſtrum, vt ſemidiameter ad dictam differentiam.

SCHOLIVM.

Porrò lector penſitans modum, quo oſtendimus ſupra, eſſe rectangulum ad trilineum, vt cylindricus ad truncum ſiniſtrum; & recogitans à nobis explicata in lib. 4. facile ingenio aſſequetur, trilineum prædictum, & dictum truncum ſiniſtrum, eſſe magnitudines proportionaliter analogas, tam in quantitate, quam in grauitate: tam ſecundum totum quam ſecundum partes proportionales. Quare ſi aliquandò habebitur, in quo puncto ſecetur D B, à centro æquilibrij trilinei E D B, appenſi ſecundum D B; nec etiam ignorabitur in quo puncto ſecetur altitudo trunci dicti ſiniſtri ab eius centro grauitatis. Licet

ex



ex hoc haud ſciatur à quo puncto ſuperficiei A B C, erigenda ſit dicta altitudo.

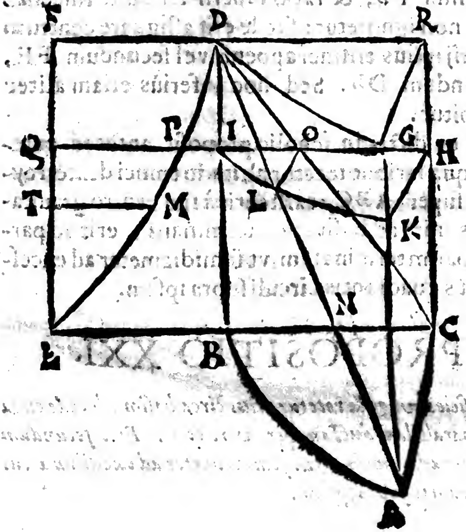
Immo reflectendo ſupra modum, quo oſtenſum fuit, parallelogrammum eſſe ad trilineum, vt cylindricus ad truncum ſiniſtrum; facile etiam percipiet, etiam ſuperficiem eſſe quantitatem proportionaliter analogam cum trunco dextero. Etenim, cum ſit,

vt QI, ad IP, ſic planum KIH, ad planum LIO: erit etiam per conuerſionem rationis, QI, ad QP, vt ſuperficies kIH, ad LOHk. Et hoc vbicunque. Ergo etiam nunc concludemus, quod ſi dabitur in quo puncto ſecetur FE, à centro æquilibrij ſuperficiei EFD: non ignorabitur punctum, in quo ſecetur altitudo trunci dexteri, ab eius centro grauitatis; à quocunque puncto ſuperficiei, quæ eſt baſis trunci, ſit erigenda dicta altitudo.

PROPOSITIO XX.

Centrum æquilibrij ſuperficiei vngulæ appenſæ ſecundum axim, ita diuidit axim, vt pars terminata ad verticem, ſit æqualis ſemidiametro.

IN ſchem. propoſit. anteced. ex axi BC, ſuperficiei vngulæ ABC, auferatur BN, ſemidiameter. Dico N, eſſe centrum æquilibrij ſuperficiei appenſæ ſecundum BC, ſeù grauitatis duplicatæ ſuperficiei ad partes BC. Super ſuperficie intelligatur cylindricus rectus quilibet, ſectus plano ADC, vt in propoſit. anteced. Ergo ex propoſit. vniuerſalliſſima Torricellij, quam adduximus in pri. propoſit. lib. 3. truncus dexter eſt ad truncum ſiniſtrum in ratione reciproca partium BC, reſectæ à centro æquilibrij ſuperficiei. Sed ex coroll. propoſit. anteced. truncus dexter, eſt ad truncum ſiniſtrum, vt ſemidiameter, ad exceſſum arcus quadrantis ſupra ipſam;



nempe ex conſtructione, vt BN, ad NC. Ergo N, erit centrum quæſitum.

SCHOLIVM.

Cum ergo ex præſenti propoſit. habeamus centrum æquilibrij figuræ FED, appenſæ ſecundum

FE; & pariter habeamus centrum æquilibrij parallelogrammi FB; & ratio ſuperficiei ad trilineum EDB, non ignoretur: facile erit aſſignare centrum æquilibrij ipſius trilinei appenſi vel ſecundum FE, vel ſecundum DB. Sed hoc inferiùs etiam aliter aſſignabitur.

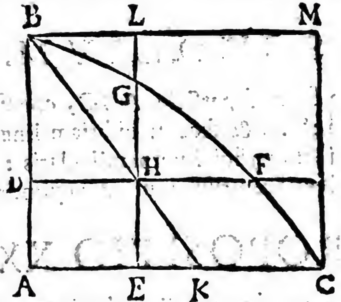
Item ex dictis in ſcholio propoſit. anteced. patebit, in qua ratione ſecetur altitudo trunci dexteri cylindrici ſuper ABC, exiſtentis à ſuo centro grauitatis. Pars enim ad baſim non terminans, erit ad partem ad baſim terminatam, vt ſemidiameter ad exceſſum arcus quadrantis circuli ſupra ipſam.

PROPOSITIO XXI.

Si ſuperficies vngulæ rotetur prius circa baſim, deinde circa baſi parallelam ductam per verticem. Erit ſecundum ſolidum ad primum, vt ſemidiameter ad exceſſum arcus quadrantis ſupra ipſam.

SVperficies vngulæ ABC, cuius axis AB, baſis AC, rotetur circa AC, deinde circa BM, parallelam AC, & ſit BD, æqualis ſemidiametro. Dico ſolidum ex ABC, circa BM, eſſe ad ſolidum circa AC, vt BD, ad DA. Ratio petatur ex propoſit. 4. vniuerſaliſſima lib. 3. Quia ex propoſit. anteced. D, eſt centrum æquilibrij ABC.

PRO-



PROPOSITIO XXII.

Superficiei Vngulæ centrum grauitatis aſſignare.

AXis BA, ſuperficiei ABC, ſecetur, vt BD, æquetur ſemidiametro, vt D, ſit centrum æquilibrij ſuperficiei appenſæ ſecundum axim, ex propoſit. 20. Si ergo ducatur DF, horizonti normalis: in ipſa erit centrum grauitatis ſuperficiei. Pariter ſic ſecetur baſis AC, in E, vt AE, ſit ad EC, vt dimidium axis BA, ad exceſſum diametri ſupra ipſum dimidium, vt ex propoſit. 16. E, ſit centrum æquilibrij ſuperficiei appenſæ ſecundum AC. Si ergo per E, ducatur EG, horizonti normalis, in

ipſa erit centrum grauitatis; & in puncto H, in quo ſecat DF. Repertum eſt ergo, &c. Quod &c.

SCHOLIVM.

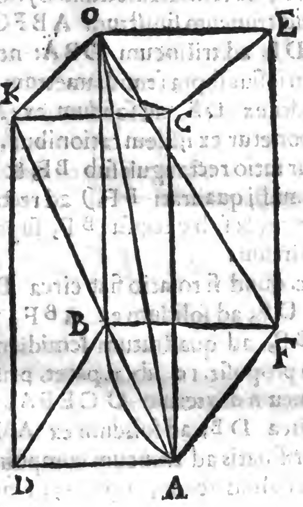
Si ergo ſuper ſuperficie ABC, concipiatur cylindricus rectus, & ſecetur bifariam linea erecta à puncto H, ſuperficiei perpendicularis: punctum biſſectionis erit centrum grauitatis cylindrici.

PROPOSITIO XXIII.

Si ſuperficies vngulæ cum rectangulo ſibi circumſcripto rotetur circa baſim. Erit cylindrus ex rectangulo ad ſolidum ex ſuperficie, vt dimidium quadrati axis ſuperficiei, ad rectangulum ſub ſemidiametro, & ſub exceſſu axis ſupra ipſam. Si verò rotetur circa latus baſi parallelum. Erit cylindrus ad ſolidum, vt dictum dimidium quadrati, ad quadratum ſemidiametri.

SVperficies vngulæ ABF, cuius axis BF, rectangulum circumſcriptum DF, rotetur cum ipſo circa baſim AF. Dico primo, cylindrum ex DF, eſſe ad ſolidum ex ABF, circa AF, vt dimidium quadrati BF, ad rectangulum ſub ſemidiametro, & ſub exceſſu BF, ſupra ipſam. Concipiatur cylindricus rectus DE, ſectus plano AKOF. Ipſe ſectus erit in duo priſmata æqualia: & cylindricus ſuper ABF, ſectus erit

in



in duos truncos. Et ex propoſit. 10. lib. 2. & ex ſuis ſcholijs, erit priſma DFOk, ad truncum ſiniſtrum ABFO, vt cylindrus ex DF, circa FA, ad ſolidum ex ABF, circa FA. Sed ratio priſmatis ad truncum ABFO, componitur ex ratione ipſius ad totum cylindricum ſuper ABF, & ex ratione huius ad truncum ſiniſtrum ABFO. Priſma ad cylindricum ſuper ABF, eſt vt dimidium rectanguli DF, ad

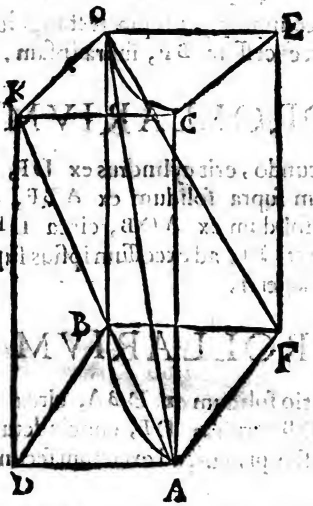
ad ipſam ABF: nempe ex coroll. propoſit. 10. vt dimidia BF, ad ſemidiametrum. Cylindricus ſuper ABF, eſt ad truncum ſiniſtrum ABFO, ex propoſit. 19. vt DF, ad trilineum DBA: nempe vt BF, ad exceſſum ipſius ſupra ſemidiametrum. Ergo etiam ratio cylindri ex DF, ad ſolidum ex ABF, circa AF, componetur ex iiſdem rationibus. Sed ex illis componitur ratio rectanguli ſub BF, & dimidia BF, (nempe dimidij quadrati BF,) ad rectangulum ſub ſemidiametro, & ſub exceſſu BF, ſupra ipſam. Ergo patet primum.

Dico ſec. quod ſi rotatio fiat circa DB. Erit cylindrus ex DF, ad ſolidum ex ABF, vt dimidium quadrati BF, ad quadratum ſemidiametri. Ex cit. etenim propoſit. 10. lib. 2. patet, priſma OCAF, eſſe ad truncum dexterum OCEFA, vt cylindrus ex DF, circa DB, ad ſolidum ex ABF, circa DB. Sed ratio priſmatis ad truncum componitur ex ratione ipſius ad cylindricum, vt prius; nempe ex ratione dimidiæ BF, ad ſemidiametrum: & ex ratione cylindrici ad truncum dexterum: nempe ex ratione BF, ad ſemidiametrum. Quare facile concludetur propoſitum.

SCHOLIVM I.

Ex progreſſu autem demonſtrationis, incidenter manifeſtatæ fuerunt cubationes truncorum cylindrici ſuper ABF, exiſtentis, reſecti plano diagonali

AFO,



A F O. Ex quibus etiam habebimus faciliter cubationes truncorum cylindrici ſuper trilineo D B A, exiſtentis, reſecti plano diagonali k O A.

COROLLARIVM I.

Ergo primo per conuerſionem rationis, erit cylindrus ex D F, circa A F, ad exceſſum ipſius ſupra ſoli-

ſolidum ex ABF, circa AF; nempe ad ſolidum ex trilineo ADB, circa AF, vt dimidium quadrati BF, ad exceſſum ipſius ſupra rectangulum ex ſemidiametro in exceſſum BF, ſupra ipſam.

COROLLARIVM II.

Ergo ſecundo, erit cylindrus ex DF, circa DB, ad exceſſum ſupra ſolidum ex ABF, circa DB; nempe ad ſolidum ex ADB, circa DB, vt dimidium quadrati BF, ad exceſſum ipſius ſupra quadratum ſemidiametri.

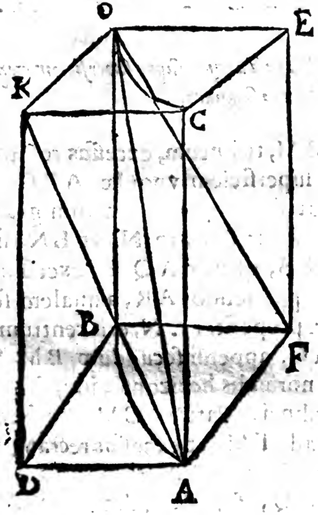
COROLLARIVM III.

Ergo tertio ſolidum ex DBA, circa AF, ad ſolidum ex DBA, circa DB, concludetur ex æquali, eſſe vt exceſſus primus, ad exceſſum ſecundum.

COROLLARIVM IV.

Cumque DA, ſecetur à centro æquilibrij trilinei DBA, appenſi ſecundum DA, ex propoſit. 4. lib. 3. in ratione dictorum ſolidorum; ſic ſecabitur DA, à prædicto centro æquilibrij, vt pars terminata ad A, ſit ad reliquam, vt primus exceſſus, ad ſecundum exceſſum.

CO-



COROLLARIVM V.

Cum verò ex ſchol. propoſit. 19. ità ſecetur DA, à centro æquilibrij, ſicuti ſecatur altitudo trunci ſiniſtri cylindrici exiſtentis ſuper ſuperficie vngulæ: patebit talem altitudinem ſecari in ratione prædicta.

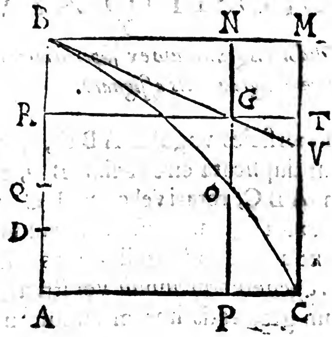
PROPOSITIO XXIV.

Trilinei, exceſſus rectanguli ſupra ſuperficiem vngulæ, centrum grauitatis aſsignare.

ESto C B M, trilineum, exceſſus rectanguli AM, ſupra ſuperficiem vngulæ A B C, cuius axis B A. Huius trilinei oportet centrum grauitatis aſſignare. Diuidatur B M, in N, vt B N, ſit ad N M, vt dimidia B A, quæ ſit A Q, ad exceſſum B R, ſupra R Q (ſupponendo A R, æqualem ſemidiametro.) Ergo ex propoſit. 17. N, erit centrum æquilibrij trilinei B M C, appenſi ſecundum B M. Si ergo ducatur N P, normalis horizonti, in ipſa erit centrum grauitatis trilinei. Pariter C M, ſic ſecetur in T. vt C T, ſit ad T M, vt exceſſus rectanguli B A Q ſupra rectangulum B R A, ad exceſſum eiuſdem rectanguli B A Q, ſupra quadratum R A. Ergo ex coroll. 4. propoſit. antced. erit T, centrum æquilibrij eiuſdem trilinei appenſi ſecundum M C. Ergo ſi ducatur T G, parallela B M, occurrens N P, in G, repertum erit G, centrum grauitatis trilinei. Quod &c.

SCHOLIVM I.

Etiam ergo nunc, ſi ſuper trilineo concipiamus cylin-



lindricum rectum: in medio eius axis erecti à puncto G, erit cylindrici centrum grauitatis.

SCHOLIVM II.

Centrum verò grauitatis trilinei poſſumus etiam aliter reperire ex centro grauitatis rectanguli A M, ex centro grauitatis ſuperficiei A B C, ſupra reperto; & ex ratione ſuperficiei ad trilineum iam notá.

Sed ex centris æquilibrij ſuperficiei vngulæ A B C, appenſæ ſecundum B A, & trilinei B M C, appenſi ſecundum M C, facile erit reperire centra grauitatis quorundam ſolidorum, quæ ſequenti propoſit. explicabimus.

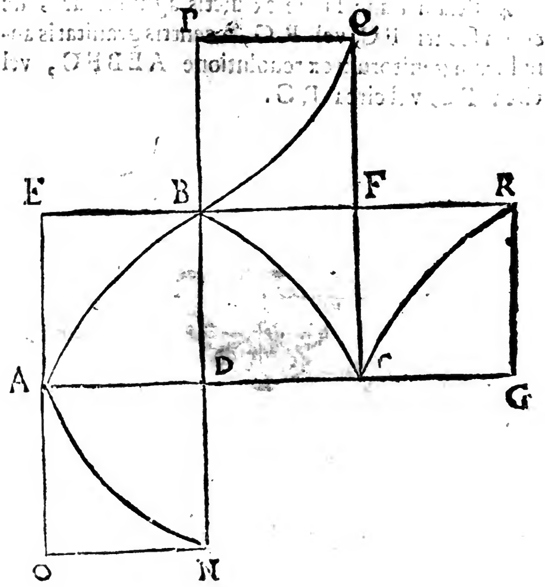
PROPOSITIO XXV.

Quorundam ſolidorum genitorum ex ſuperficie vngulæ variè reuoluta, centra grauitatis aſſignare.

1 ESto ſuperficies vngulæ ABD, quæ intelligatur duplicata circa axim BD, & intelligamus ipſam ABC, rotari vel circa FC, vel circa aliam RG, extra figuram poſitam ſecundum quamcunque diſtantiam (quod intelligemus etiam in ſequentibus) vt generentur annuli vel ſtricti, vel lati. Dico centrum grauitatis horum annulorum ſecare FC, vel RG, vt pars terminata ad F, vel R, ſit ad reliquam, vt ſemidiameter, ad exceſſum BD, ſuprà ipſam. Etenim ex ſchol. propoſit. 12. ſuperficies ABC, eſt proportionaliter analoga cum illis annulis. Ergo ex propoſit. 13. lib. 4. ſecabitur FC, vel RG, à centro grauitatis annulorum, vt ſecatur BD, à centro grauitatis ſuperficiei ABC. Nempe in prædicta ratione, ex propoſit. 20.

2 Superficies vngulæ DBC, ſit duplicata in DBCRG, & rotatio fiat vel circa RG, vel circa aliam. Eodem modo patebit, RG, vel aliam ſic ſecari à centro grauitatis annulorum, vt pars terminata ad R, ſit ad reliquam, in ratione ſupra explicata.

3 Trilineum BEC, intelligatur duplicatum in BCR, & pariter intelligatur rotari vel circa BD, vel circa aliam vtcunque diſtantem, putà EA. Annuli



nuli erunt proportionaliter analogi cum B C R. Ergo ex coroll.4. propoſit. 23. B D, v. g. taliter ſecabitur à centro grauitatis annuli, vt pars terminata ad D, ſit ad reliquam, vt exceſſus dimidij quadrati BD, ſupra rectangulum ſub ſemidiametro, & exceſſu BD,

ſupra

ſupra ipſam, ad exceſſum eiuſdem dimidij quadrati B D, ſupra quadratum ſemidiametri.

4 Etiam nunc facile ex dictis agnoſcetur, ſic etiam ſecari F C, vel R G, à centris grauitatis annulorum genitorum ex reuolutione A E B F C, vel circa F C, vel circa R G.

DE SVPERFICIE VNGVLÆ.

SECTIO SECVNDA.

EGimus hucuſque de ipſa ſuperficie vngulæ ſolitariè ſumpta, & de ſolidis quibuſdam ex ipſa genitis; in poſterum eſt de ipſamet combinata tractandum. Quod vt aſſequamur, debemus deinceps conſiderare duplicatam ſuperficiem circa axim, cum duplicato trilineo ſic. Sit B A C, ſuperficies vngulæ, cuius axis A C, quæ ſit duplicata in B A D, & pariter trilineum A E D, exceſſus rectanguli C E, ſupra ſuperficiem, ſit duplicatum in F A D. Figura F A B D, erit illa, quam deinceps conſiderabimus, tradentes menſuram, & centra grauitatis variorum ſolidorum, ex ipſa genitorum; quam etiam facilitatis gratia, appellabimus Primam Quartam Lilij Vngularis.

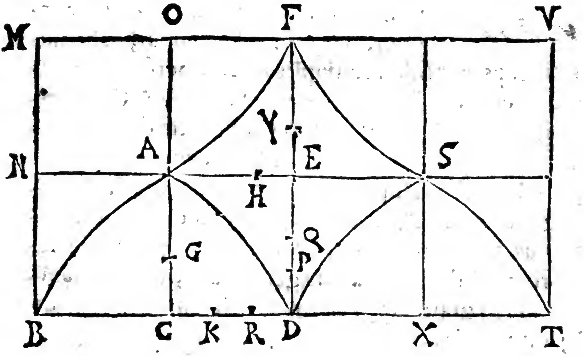
Patet autem in primis, quod ſi ipſi ſit circumſcri-

ptum

ptum rectangulum MD, hoc erit duplum figuræ FABD. Trilineum enim FAE, eſt æquale trilineo BNA.

Inſuper patet, flexuoſam lineam FAB, eſſe dimetientem rectanguli MD: & figuram BAFM, eſſe æqualem,& ſimilem ipſi BAFD.

Sed vltra hoc,ex dictis ſupra,patet,figuræ FABD, tam appenſæ ſecundum FD (quam axim appellabimus;) quam ſecundum BD, (pariter baſim vocatam) haberi centra æquilibrij. Ipſius quidem appenſæ ſecundum FD, quia habetur punctum E, centrum æquilibrij trilinei FAD. Sed etiam habetur ipſius BAD, centrum æquilibrij; quia hoc ex propoſit. 20. taliter ſecabit ED, v. g. in P, vt EP,



æque

æquetur ſemidiametro. Si ergo EP, ſic ſecetur in Q, vt EQ, ſit ad QP, vt BAD, ad FAD nempe, vt EP, ad PD. Punctum Q, erit centrum quæſitum.

Ipſius autem appenſæ ſecundum BD, itidem habebitur centrum æquilibrij. Quia habetur C, centrum æquilibrij figuræ BAD. Item ſi CD, ſic ſecetur in R, vt ſit CR, ad RD, vt dimidia CA, ad exceſſum differentiæ inter ſemidiametrum, & AC, ſupra differentiam ſemidiametri, & dimidiæ CA. Erit ex propoſit. 17. R, centrum æquilibrij trilinei DAF, appenſi ſecundum BD. Si ergo CR, ſic diuidatur in K, vt ſit RK, ad kC, reciproce, vt BAD, ad FAD; nempe iterum, vt ſemidiameter EP, ad PD. Erit punctum K, centrum quæſitum.

Huius ergo figuræ vtroque modo appenſæ, habemus centra æquilibrij. Porrò hæc alijs modis ſunt deinceps indaganda, vt aptius nobis inſeruiant.

PROPOSITIO XXVI.

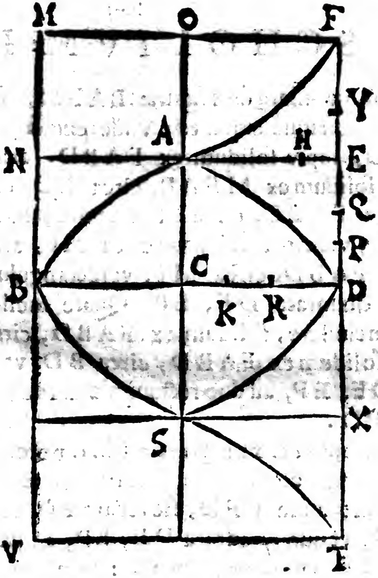
Si prima quarta Lilij vngularis rotetur circa baſim, cum rectangulo ſibi circumſcripto. Erit cylindrus ad ſolidum, vt dimidium quadrati axis figuræ, ad duplum rectangulum ſub ſemidiametro, & ſub exceſſu arcus quadratis ſupra ipſam, vna cum dicti exceſſus quadrato. Nempe ad exceſſum quartæ partis quadrati axis, ſupra quadratum ſemidiametri.

H Figu-

FIgura BAFD, cum rectangulo MD, rotetur circa BD: & ſit EP, æqualis ſemidiametro. Dico cylindrum ex MD, eſſe ad ſolidum ex BAFD, vt rectangulum FDE (quod eſt dimidium quadrati FD) ad duo rectangula EPD, cum quadrato PD: nempe ad exceſſum quadrati DE, quod eſt quarta pars quadrati DF, ſupra quadratum ſemidiametri EP.

Quoniam enim ex propoſit. 23. eſt cylindrus NX, ad ſolidum BADS, vt dimidium quadrati ED, ad rectangulum EPD: Ergo cylindrus MT, qui eſt huius quadruplus, erit ad idem ſolidum, vt duplum quadratum ED, nempe vt rectangulum FDE, ad idem rectangulum EPD. Pariter quoniam ex ſchol. propoſit. 12. eſt cylindrus OT, ad ſolidum FADST, vt ED, ad DP. Ergo cylindrus MT, duplus cylindri OT, erit ad dictum ſolidum, vt FD, dupla DE, ad eandem DP; nempe vt rectangulum FDE, ad rectangulum EDP: nempe ad rectangulum EPD, cum quadrato PD. Ergo colligendo omnia conſequentia, erit cylindrus MT, ad ambo ſolida, nempe ad ſolidum FABST, vt rectangulum FDE, ad duplum rectangulum EPD, cum quadrato PD: nempe ad exceſſum quadrati DE, arcus quadrantis, ſupra quadratum EP, ſemidiametri. Quod &c.

CO-



COROLLARIVM.

Ergo per conuerſionem rationis, erit dictus cylindrus ad exceſſum ſupra illud ſolidum, nempe ad illud, quod generatur ex reuolutione M F A B, circa B D, vt idem rectangulum F D E, ad exceſſum ſui ſu-

pra duo rectangula EPD, cum quadrato PD: nempe ad duo quadrata DE, EP.

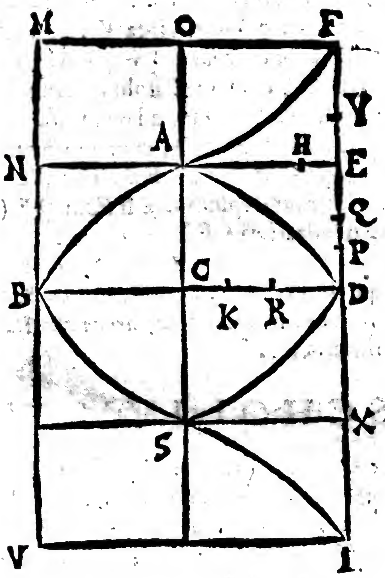
SCHOLIVM I.

Porrò, quoniam duæ figuræ BAFM, FABD, ſunt omniquaquè æquales; vnde exceſſus cylindri ex MD, ſupra ſolidum ex FABD, circa BD, nempe ſolidum ex MFAB, circa BD, eſt æquale ſolido ex FABD, circa MF: ergo cylindrus idem ex MD, vel circa BD, vel circa MF, erit ad ſolidum ex FABD, circa MF, vt rectangulum FDE, ad duo quadrata DE, EP. Quare facile poterimus concludere, ſolidum ex FABD, circa MF, eſſe ad ſolidum ex FABD, circa BD, vt duo quadrata DE, EP, ad duo rectangula EPD, cum quadrato PD.

Ex quibus, & ex propoſit.4. lib.3. poterimus concludere, Q, centrum æquilibrij figuræ FABD, appenſæ ſecundum FD, ſic ſecare FD, vt FQ, ſit ad QD, vt duo quadrata DE, EP, ad duo rectangula EPD, cum quadrato PD: nempe ad quadratum DE, minus quadrato EP.

SCHOLIVM II.

Deductum eſt ergo in ſchol. antec. ſolidum ex FABD, circa MF, eſſe ad ſolidum ex FABD, circa BD, vt duo quadrata DE, EP, ad duo rectangu-



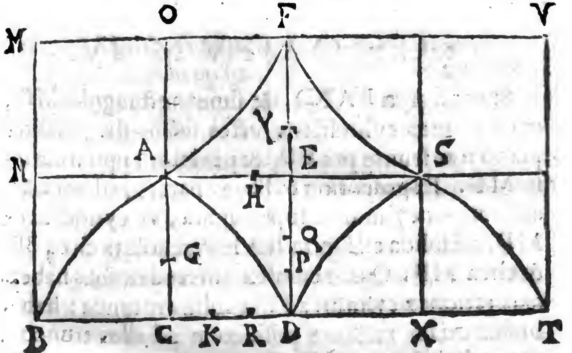
la EPD, cum quadrato PD. Cum verò intellecta figura FABD, duplicata in FABST, & rotata circa VT, ex propoſit. 30. miſcell. hyperb. ſit annulus genitus æqualis quatuor ſolidis, quorum duo oriantur ex reuolutione FABD, circa MF, & duo circa BD: vnde conſequenter annulus latus ex reuolutione FABD, circa VT, ſit æqualis duobus ex FABD,

circa

circa BD, & vno circa MF. Erit annulus dictus ortus ex reuolutione F A B D, circa V T, ad ortum vel ex BAFD, circa MF, vel ex B S T D, circa V T, vt quadrata DE, EP, cum quadruplo rectangulo EPD, & cum duplo quadrato D P, ad quadrata D E, E P. Cumque quadrata E P, P D, cum duplo rectangulo E P D, ſint æqualia quadrato E D. Erit ille annulus ad illud ſolidum, vt duplum quadratum D E (nempe dimidium quadrati axis F D) vna cum duplo rectanguli E P D, cum quadrato P D (nempe cum differentia inter quadrata E D, arcus quadrantis, & E P, ſemidiametri) ad quadrata D E, arcus quadrantis, & E P, ſemidiametri.

SCHOLIVM III.

Sed ex Q, centro æquilibrij prædicto, licebit colligere etiam centra grauitatis duorum ſolidorum, quæ nunc explicabuntur. In primis, cogitemus figuram B A F D, cum rectangulo M D, duplicari ad partes F D, vt fiat B A F S T; & mente intelligamus hanc duplicatam figuram cum duplicato rectangulo M F, rotari vel circa M B, vel circa aliam extra MB, vtcunque poſitam, ipſi parallelam, quæ annulorum genitorum ex duplicata figura ſint axes, vt ſæpe explicatum fuit. Cylindrum genitum eſſe duplum ſolidi geniti, conſtat ex propoſit. 11. lib. 2. quia eſt ad ipſum, vt rectangulum ad figuram; nempe in ratione dupla. Sed cum duplicata figura ſit proportionaliter



liter analoga cum dictis annulis ex ipſa genitis, vt colligitur ex propoſit. 29. miſcell. hyper: & parab: & ex ſuo ſcholio. Patebit vel MB, axem annuli ſtricti, vel axem annuli lati, ſic ſecari à centro grauitatis annuli, vt pars terminata ad M, ſit ad partem terminatam ad B, vt duo quadrata DE, EP, ad duo rectangula EPD, cum quadrato DP.

Quod ſi mente cogitemus figuram FABD, duplicari non ad partes FD, ſed ad partes MB, cum rectangulo circumſcripto (quo caſu figura eſſet ſimilis, & æqualis ipſi MBAFSTV, ſed inuerſè poſita) & rotationem fieri vt prius. Iiſdem modis concludemus, & cylindrum duplum eſſe ſolidi, & FD, v. g. ſic

ſecari

ſecari à centro grauitatis annuli ſtricti: ſicuti ſecatur à centro grauitatis ipſius B A F S T.

SCHOLIVM IV.

Super figura B A F D, & ſuper rectangulo M D, concipiamus cylindricos rectos ſectos diagonaliter plano tranſeunte per B D, & per latus oppoſitum ipſi M F. Ex propoſit. 10. lib. 2. patet, priſmata eſſe ad truncos cylindrici ſuper figura, vt cylindrus ex M D, ad ſolida ex figura B A F D, reuoluta circa B D, & circa M F. Quare cum ex antecedentibus habeamus rationes cylindri ad illa ſolida rotunda: habebimus etiam rationes priſmatum ad illos truncos. Quare habebimus cubationes truncorum cylindrici ſuper B A F D, exiſtentis ſecti, vt ſupra dictum fuit.

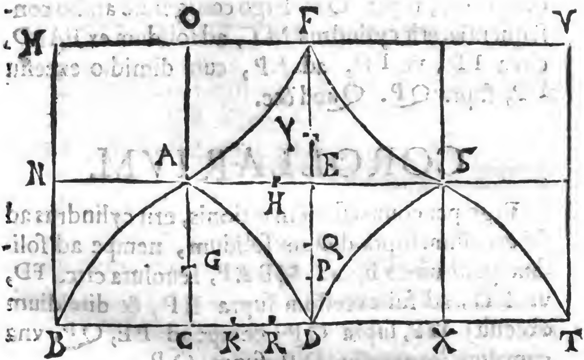
PROPOSITIO XXVII.

Si Prima Quarta Lilij vngularis rotetur circa axim, cum rectangulo ſibi circumſcripto. Erit cylindrus ex rectangulo, ad ſolidum ex figura, vt axis figuræ, nempe arcus ſemicirculi, ad ſemidiametrum, vna cum dimidio exceſſus differentiæ inter arcum quadrantis, & ſemidiametrum, ſupra differentiam inter ſemidiametrum, & dimidium arcus quadrantis.

Vedi Dialogo pag. 64.

SEd ſupponamus E Q, eſſe dimidiam D E, nempe arcus quadrantis; & intelligamus figuram

BAFD,



BAFD, cum rectangulo MD, rotari circa FD. Aio cylindrum ad ſolidum genitum, eſſe vt FD, axis figuræ, ſeu arcus ſemicirculi, ad EP, cum dimidio exceſſus DP, ſupra PQ.

Quoniam enim ex propoſit. 12. eſt cylindrus NT, ad annulum ſtrictum BADST, vt ED, ad EP. Ergo cylindrus MT, duplus cylindri NT, erit ad talem annulum, vt FD, dupla DE, ad EP. Pariter, quoniam ex coroll. propoſit. 13. eſt cylindrus AX, ad ſolidum ADS; nempe cylindrus OX, eius duplus ad ſolidum FADS, eius duplum, vt ED, ad exceſſum DP, ſupra QP. Ergo cylindrus MT, quadruplus cylindri OX, erit ad ſolidum FADS,

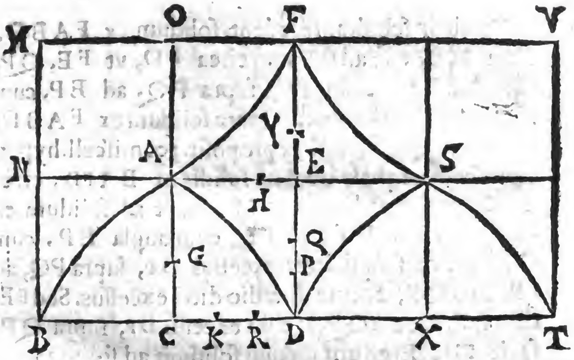
vt quadrupla DE, ad exceſſum DP, ſupra QP; nempe vt dupla DE, hoc eſt FD, ad dimidium exceſſus DP, ſupra QP. Ergo colligendo ambo conſequentia, erit cylindrus MT, ad ſolidum ex FABD, circa FD, vt FD, ad EP, cum dimidio exceſſu DP, ſupra QP. Quod &c.

COROLLARIVM.

Ergo per conuerſionem rationis, erit cylindrus ad ſui exceſſum ſupra dictum ſolidum, nempe ad ſolidum genitum ex figura MBAF, reuoluta circa FD, vt FD, ad ſui exceſſum ſupra EP, & dimidium exceſſus DP, ſupra QP; nempe ad FE, QP, vna cum dimidio exceſſu DP, ſupra QP.

SCHOLIVM I.

Porrò, quoniam etiam in præſentiarum, ſolidum ex MBAF, reuoluta circa FD, eſt vndequaque æquale ſolido ex figura BAFD, reuoluta circa MB: ergo cylindrus idem ex MD, vel circa FD, vel circa MB, erit ad ſolidum ex FABD, circa MB, vt FD, ad FE, QP, cum dimidio exceſſu DP, ſupra QP. Quare facile licebit etiam nunc concludere, ſolidum ex figura FABD, circa MB, eſſe ad ſolidum ex eadem circa FD, vt FE, QP, cum dimidio exceſſu DP, ſupra QP, ad EP, cum dicto dimidio exceſſu DP, ſupra QP.



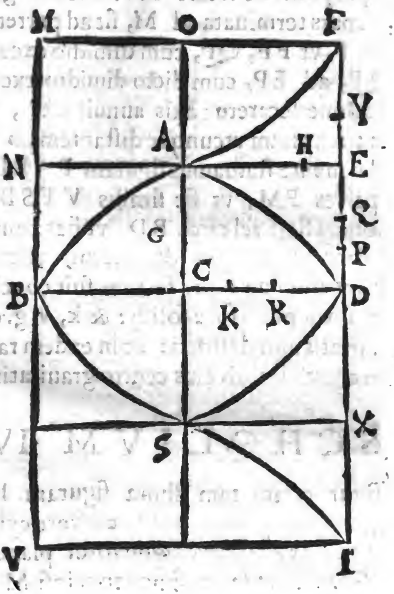
Ex quibus pariter, & ex propoſit. 4. lib. 3. poterimus concludere, k, v. g. centrum æquilibrij figuræ FABD, appenſæ ſecundum BD, ſic ſecare BD, vt BK, ſit ad kD, vt FE, QP, & cum dimidio exceſſu DP, ſupra QP, ad EP, cum dicto dimidio exceſſus. Nempe vt arcus quadrantis, vna cum exceſſu ſemidiametri ſupra dimidium arcus quadrantis, & dimidio exceſſus differentiæ inter arcum quadrantis, & ſemidiametrum ſupra differentiam inter ſemidiametrum, & dimidium arcus quadrantis, ad ſemidiametrum, vna cum dimidio dicti exceſſus.

SCHOLIVM II.

Patuit in ſchol. antecedent. ſolidum ex FABD, circa MB, eſſe ad ſolidum circa FD, vt FE, QP, cum dimidio exceſſu DP, ſupra PQ, ad EP, cum dicto dimidio exceſſus. Quare ſolidum ex FABD, circa VT (quod facilè ex propoſit. 30. miſcell. hyper. agnoſcetur æquale duobus ſolidis ex BAFD, circa FD, & vno ex eadem circa MB) erit ad ſolidum ex FSTD, circa VT, vt FE, cum dupla EP, cum QP, & cum ſeſquialtero exceſſus DP, ſupra PQ, ad FE, cum QP, & cum dimidio dicti exceſſus. Sed FE, cum EP, & cum QP, & cum exceſſu DP, ſupra QP, facit FD. Ergo erit dictum ſolidum ad ſolidum, vt FD, cum EP, & cum dimidio exceſſus DP, ſupra PQ, ad FE, cum QP, & cum dicto dimidio exceſſus. Nempe vt arcus ſemicirculi, cum ſemidiametro, & cum dimidio exceſſus differentiæ inter arcum quadrantis, & ſemidiametrum, ſupra differentiam inter ſemidiametrum, & dimidium arcus quadrantis, ad arcum quadrantis, vna cum differentia inter arcum quadrantis, & ſemidiametrum, minus dicto dimidio exceſſus.

SCHOLIVM III.

Ex k, autem centro æquilibrij prædicto, habebimus etiam centra grauitatis duorum ſolidorum. Primo



mo ſi concipiamus figuram F A B D, cum rectangulo M D, duplicari ad partes B D, in F A B S T, & omnia hæc rotari circa M F, vt fiat ex figura annulus, & ex rectangulo cylindrus. Erit cylindrus duplus ſolidi, vt conſtat ex propoſit. 11. lib. 2. Sed cum duplicata figura ſit proportionaliter analoga cum annulo, ex propoſit. 29. miſcell. hyperb. patebit ex præ-

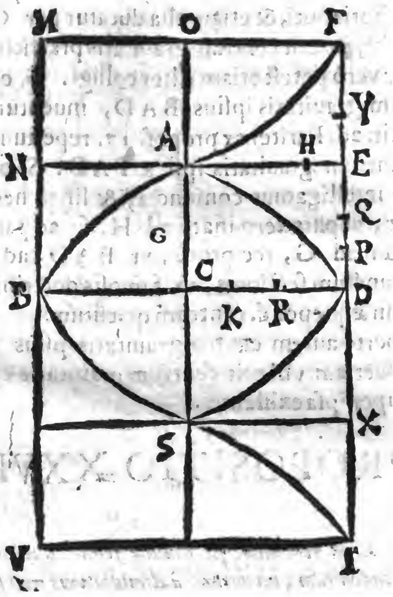
præſenti propoſit. ſic ſecari MF, à centro grauitatis annuli, vt pars terminata ad M, ſit ad partem terminatam ad F, vt FE, QP, cum dimidio exceſſu DQ, ſupra QP, ad EP, cum dicto dimidio exceſſu: In eadem ratione ſecaretur axis annuli lati, ſi rotatio fieret circa aliam vtcunque diſtantem ab MF.

Quod ſi mente ſtatuamus figuram FABD, duplicari ad partes FM, vt ſit ſimilis VTSBAFM, & rotationem fieri vel circa BD, vt fiat annulus ſtrictus, vel circa aliam ab ipſa diſtantem, vt fiat annulus latus. Non aliter ac ſupra factum fuit concludetur, & cylindrum duplum fore ſolidi: & k, v. g. eſſe centrum grauitatis annuli ſtricti: ac in eadem ratione ſecari axem annuli lati ab eius centro grauitatis.

SCHOLIVM IV.

Cogitetur etiam tam ſupra figuram FABD, quam ſupra rectangulum MD, exiſtere cylindricos rectos æquealtos, ſectos diagonaliter plano tranſeunte per FD, & per latus oppoſitum ipſi MB. Cum priſmata ſint, ad truncos cylindrici ſuper figura FABD, vt cylindrus ex MD, ad ſolida ex figura reuoluta tam circa FD, quam circa MB: & cum ex præſenti propoſit. habeamus rationem cylindrici ad illa ſolida ex figura: habebimus etiam cubationes truncorum cylindrici exiſtentis ſuper figura, ac ſecti modo explicato.

SCHO-



SCHOLIVM V.

Vt patuit ex ſuperioribus, adinuenimus centra æquilibrij figuræ FABD, appenſæ tam ſecundum FD, quam ſecundum BD. Ex quibus repertis facile erit reperire figuræ centrum grauitatis. Etenim ſi

per

per k, vnum centrum æquilibrij ducatur perpendicularis horizonti, & etiam alia ducatur per Q; vbi ſe ſecabunt, ibi erit centrum grauitatis prædictum.

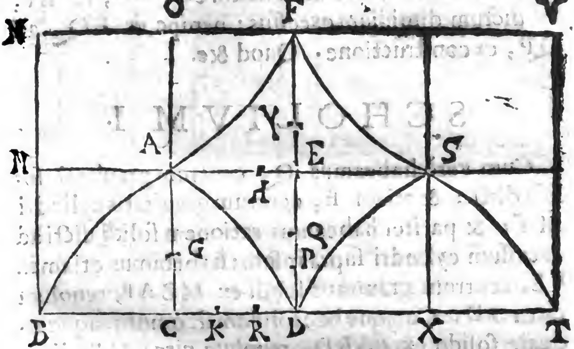
Hoc verò poteſt etiam aliter colligi. G, enim v.g. centrum grauitatis ipſius BAD, inuentum eſt ex propoſit. 20. Pariter ex propoſ. 17. repertum eſt v.g. H, centrum grauitatis ipſius FAD. Si ergo hæc mente intelligamus coniuncta, & linea nectens ſic ſecetur, vt pars terminata ad H, ſit ad partem terminatam ad G, reciprocè, vt BAD, ad FAD. Erit punctum ſectionis, ex famoſis doctrinis Archimedis in æquepond. centrum quæſitum.

Reperto autem centro grauitatis ipſius FABD, ſciemus etiam vbi erit centrum grauitatis cylindrici recti ſuper ipſa exiſtentis.

PROPOSITIO XXVIII.

Centrum grauitatis ſolidi ex Prima Quarta Lilij vngularis circa axim reuoluta, ſic diuidit ſemidiametrum ab axi abſcindendam, incipiendo à dimidio axis verſus baſim, vt pars verſus verticem, ſit ad reliquam, vt ſemidiameter ad dimidium exceſſus differentiæ inter arcum quadrantis, & ſemidiametrum, ſupra differentiam inter ſemidiametrum, & dimidium arcus quadrantis.

EP, ſit æqualis ſemidiametro, & ſic diuidatur in Q, vt EQ, ſit ad QP, vt EP, ad dimidium exceſſus DP, ſupra differentiam inter EP, & dimi-



diam ED. Dico, Q, eſſe centrum grauitatis ſolidi ex FABD, reuoluta circa FD. Quod enim E, ſit centrum grauitatis ſolidi FADS, patet manifeſtè. Quod etiam P, ſit centrum grauitatis ſolidi BADST, liquet ex dictis. Tunc ergo Q, erit centrum grauitatis ſolidi totius, quando erit reciprocè EQ, ad QP, vt ſolidum ex BAD, ad ſolidum ex FAD. Sed ſolidum ex BAD, eſſe ad ſolidum ex FAD, vt EP, ad dimidium exceſſus DP, ſupra differentiam inter EP, & dimidiam ED, elicitur ex progreſſu demonſtrationis antecedent. in qua, cum oſtenſum ſit eſſe cylindrum ex MD, ad ſolidum ex BAD, vt FD, ad EP; & pariter cum oſtenſum ſit eſſe dictum

K vt

cylindrum ex MD, ad ſolidum ex FAD, vt eadem FD, ad dictum dimidium exceſſus: facilè patebit, ſolidum ex BAD, eſſe ad ſolidum ex FAD, vt EP, ad dictum dimidium exceſſus; nempe vt EQ, ad QP, ex conſtructione. Quod &c.

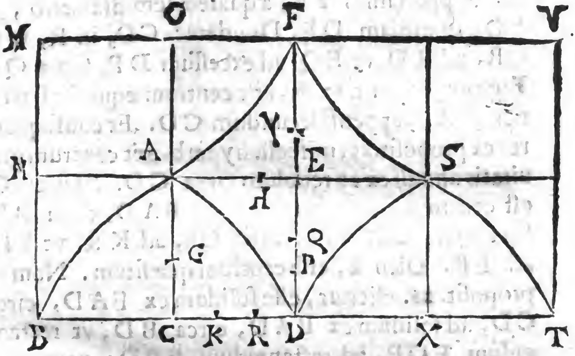
SCHOLIVM I.

Cum verò habeamus Q, centrum grauitatis ſolidi dicti; & etiam E, centrum grauitatis cylindri MT; & pariter habeamus rationem ſolidi dicti ad exceſſum cylindri ſupra ipſum: habebimus etiam in FE, centrum grauitatis ſolidi ex MBAF, reuoluta circa FD. Cumque hoc ſolidum ſit omniquaque æquale ſolido ex FABD, reuoluta circa MB: licet inuersè poſito: habebimus conſequenter in quo puncto ſecetur MB, à centro grauitatis ſolidi dicti ex FABD, circa MB.

SCHOLIVM II.

Sed ex his, & ex noſtris doctrinis fusè explicatis in part. 2. noſtri miſcell. geomet. deducemus etiam centra æquilibrij duorum ſolidorum, quæ nunc explicabuntur. Super figura FABD, concipiatur cylindricus rectus quilibet, ſectus plano diagonaliter tranſeunte per FD, & per punctum in latere erecto à puncto B. Si ambo trunci huius cylindrici intelligantur appenſi ſecundum FD; habebimus ipſorum

cen-



centra æquilibrij. Etenim ſunt proportionaliter analogi cum ſolidis rotundis ex F A B D, reuoluta circa F D, & circa M B. Dexter cum ſolido circa M B; ſiniſter verò cum ſolido circa F D. Cum ergo aſſignata fuerint centra grauitatis ſolidorum rotundorum: erunt pariter aſſignata centra æquilibrij illorum truncorum.

PROPOSITIO XXIX.

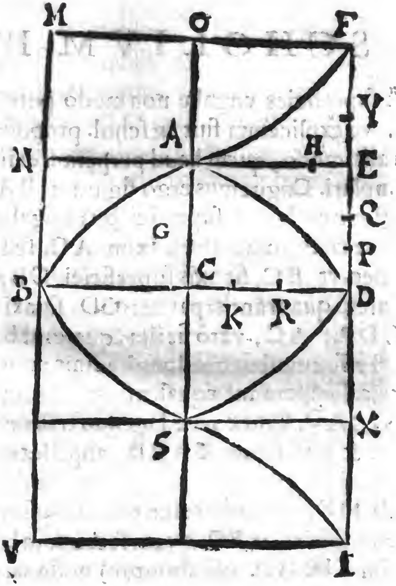
Centrum grauitatis ſolidi ex prædicta figura circa baſim reuoluta aſsignare.

INtelligamus figuram B A F D, rotari circa B D. Solidi geniti oportet centrum grauitatis aſſignare. Supponamus E P, æqualem ſemidiametro, & E Q, dimidiam D E. Diuidatur C D, in R, vt ſit C R, ad R D, vt E Q, ad exceſſum D P, ſupra Q P. Ergo ex propoſit. 17. R, erit centrum æquilibrij trilinei D A F, appenſi ſecundum C D. Et conſequenter ex propoſit. 29. miſcell. hyperb. erit centrum grauitatis annuli ex eo reuoluto circa C D. Pariter C, eſt centrum grauitatis ſolidi ex B A D, circa B D. Secetur ſic C R, in k, vt ſit C k, ad K R, vt E D, ad E P. Dico k, eſſe centrum quæſitum. Nam ex propoſit. 26. elicitur, eſſe ſolidum ex F A D, circa C D, ad ſolidum ex B A D, circa B D, vt rectangulum E D P, ad rectangulum E P D; nempe vt D E, ad E P: nempe reciprocè vt C K, ad K R.

SCHOLIVM I.

Sed etiam nunc habentes k, centrum grauitatis ſolidi dicti, & C, centrum grauitatis cylindri ex M D, circa B D, & pariter rationem ſolidi dicti ad exceſſum cylindri ſupra ipſum: in B C, etiam dabitur centrum grauitatis dicti exceſſus cylindri. Cumque ille exceſſus vndequaque æquetur ſolido ex B A-F D, reuoluta circa M F, licet ſit inuersè poſitus: habebimus conſequenter, in quo puncto ſecetur O F, à centro grauitatis dicti ſolidi.

SCHO-



SCHOLIVM II.

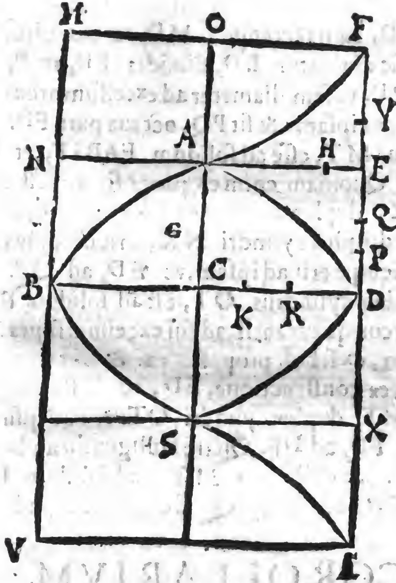
Etiam ergo ex dictis, & nunc, & in 2. par. miſcell. geom. deducemus centra grauitatis duorum truncorum cylindrici recti exiſtentis ſuper BAFD, reſecti plano

plano tranſeunte per BD, & per punctum in latere erecto à puncto F. Quod indicaſſe ſufficiat.

SCHOLIVM III.

Aſt ſuperficies vngulæ non modò poteſt combinari, vt explicatum fuit in ſchol. propoſit. 25. ſed etiam alio modo, quem haud perperam exiſtimamus contemplari. Cogitemus ergo figuram BAD, conſtare vtique ex duabus ſuperficiebus vngulæ, ſed non duplicatæ circa communem axim AC, ſed circa baſim: adeo vt BC, ſit axis ſuperficiei CBA, & æqualis arcui quadrantis: pariter CD, ſit axis ſuperficiei CDA; AC, verò ſit illa, quæ erat baſis; quæ & poteſt eſſe cuiuſcunque longitudinis: non ſic BC, CD, quæ ſemper ſunt æquales ſingillatim arcui quadrantis. BAD, figuræ accedant duo trilinea FAD, vt prius: & tota figura FABD, appelletur ſecunda quarta Lilij vngularis: quæ pariter eſt dimidia rectanguli MD, ſibi circumſcripti. Et ipſius appenſæ tam ſecundum axim FD, quam ſecundum baſim BD (ſic enim FD, BD, vocabuntur) poſſumus habere centra æquilibrij ex centris æquilibrij partium BAD, FAD, & ex ratione ad inuicem earundem; vt etiam explicatum fuit in citat. ſcholio. Sed hæc centra alijs modis venabimur: ſimulque trademus notitiam nonnullorum ſolidorum.

PRO-



PROPOSITIO XXX.

Si Secunda Quarta Lilij vngularis rotetur circa baſim, cum rectangulo ſibi circumſcripto. Erit cylindrus ad ſolidum, vt axis figuræ ad ſui ½ vna cum quadam parte dimi-

dij

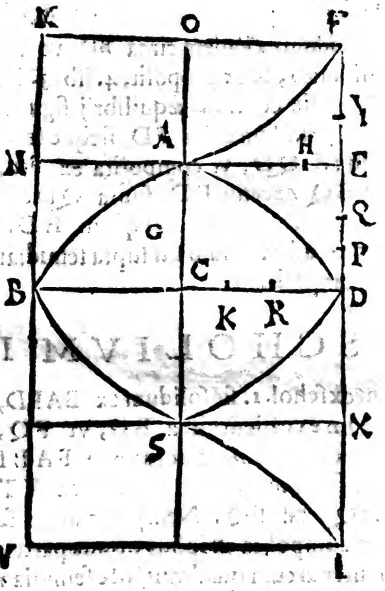
dij axis, ad quam reliqua ſit, vt ſemidiameter, ad exceſ-ſum arcus quadrantis ſupra ipſam.

BAFD, cum rectangulo MD, rotetur circa BD: & ſic diuidatur ED, dimidia FD, in P, vt ſit EP, ad PD, vt ſemidiameter ad exceſſum arcus quadrantis ſupra ipſam: & ſit PQ, octaua pars FD. Dico cylindrum MT, eſſe ad ſolidum FABST, vt FD, ad DQ. Quoniam enim ex propoſit. 11. eſt cylindrus NX, duplus ſolidi DSBA: Ergo cylindrus MT, quadruplus cylindri NX, erit octuplus dicti ſolidi. Nempe erit ad ipſum, vt FD, ad QP. Pariter, quoniam cylindrus OT, eſt ad ſolidum FADST, vt arcus quadrantis, ad ſui exceſſum ſupra ſemidiametrum, ex ſchol. propoſit. 12. & in tali ratione eſt etiam, ex conſtructione, ED, ad DP. Ergo cylindrus MT, duplus cylindri OT, erit ad ipſum ſolidum, vt FD, ad DP. Quare colligendo ambo conſequentia, erit cylindrus MT, ad ſolidum FABST, vt FD, ad DQ. Quod erat oſtendendum.

COROLLARIVM.

Ergo per conuerſionem rationis, erit cylindrus ad ſui exceſſum ſupra dictum ſolidum, vt FD, ad FQ.

SCHO-



SCHOLIVM I.

Sed cum duæ figuræ FABD, MBAF, ſint omnimodè æquales; ſequitur exceſſum cylindri MT, ſupra ſolidum FABST; nempe ſolidum BSTVB.

MFAB, eſſe æquale ſolido ex FABD, reuoluta circa MF. Ergo cylindrus MT, erit ad dictum ſolidum, vt FD, ad FQ. Et ſolidum ex FABD, circa MF, erit ad ſolidum ex eadem circa BD, vt FQ, ad QD.

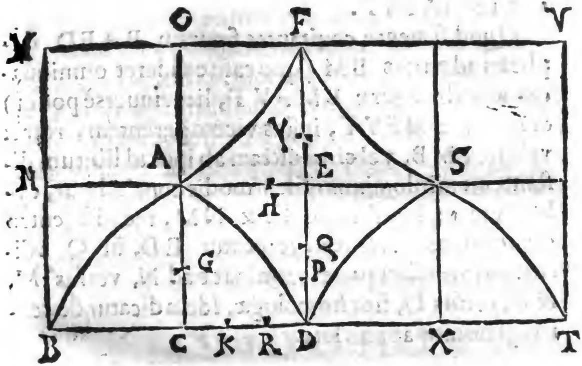
Ex his ergo, & ex propoſit. 4. lib. 3. licebit deducere Q, eſſe centrum æquilibrij figuræ FABD, appenſæ ſecundum axim FD, ſicque ſecare FD, vt FQ, ſit ad QD, vt compoſita ex FE, dimidia FD, & EQ exceſſu ED, ſupra QD, compoſitam ex QP, $\frac{1}{4}$ FD, & DP, ad quam ED, ſit vt arcus quadrantis, ad exceſſum ſui ſupra ſemidiametrum, ad dictam compoſitam.

SCHOLIVM II.

Cum ex ſchol. 1. ſit ſolidum ex BAFD, circa MF, ad ſolidum ex eadem circa BD, vt FQ, ad QD. Erit ſolidum ortum ex rotatione FABD, circa VT, ad ſolidum ex DBST, circa VT, vt FD, cum DQ, ad FQ. Nempe vt arcus ſemicirculi, vna cum compoſita ex ipſius octaua parte, & ex differentia inter arcum quadrantis, & ſemidiametrum, ad compoſitam ex exceſſu arcus quadrantis ſupra dictam compoſitam, & ex arcu quadrantis.

SCHOLIVM III.

Ex Q, centro æquilibrij facile erit colligere centra grauitatis duorum ſolidorum. Cogitemus, eodem



dem modo, quo explicatum fuit in ſchol. 3. propoſit. 26. figuram FABD, duplicari in BAFST, cum rectangulo MT: deinde cogitemus rectangulum MT, rotari vel circa MB, vel circa aliam extra MB, vtcunque poſitam, vt generentur ex rectangulo vel cylindrus, vel tubus cylindricus; & ex duplicata quarta, annulus ſtrictus, vel latus. Cylindrum, vel tubum cylindricum duplum eſſe annuli ſtricti, vel lati, conſtat ex propoſit. 11. lib. 2. quia ſunt ad inuicem, vt parallelogrammum ad figuram. Sed exiſtentibus annulis proportionaliter analogis cum ipſa duplicata quarta, vt deducitur ex propoſit. 29. miſcell. hyperb. & ex ſchol. patebit MB, vel aliam illi parallelam

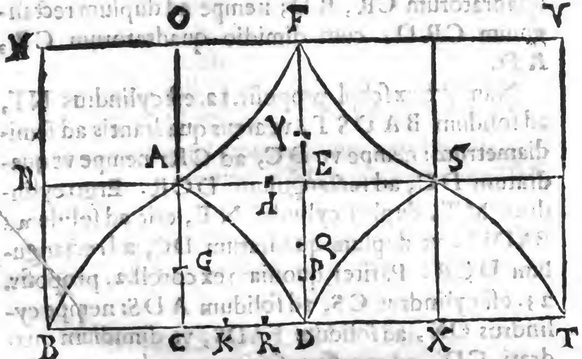
extra ipſam, ſic ſecari à centro grauitatis annulorum, vt ſecatur F D, in Q, à centro grauitatis duplicatæ quartæ B A F S T.

Quod ſi mente cogitantes figuram B A F D, duplicari ad partes B M (quo caſu euaderet omniquaque æqualis figuræ B M F V T, licet inuersè poſita) & ipſam B M F V T, ipſius vicem gerentem, rotari vel circa M B, vel circa dictam ab ipſa ad libitum diſtantem: nihilominus ijſdem modis concludetur, cylindrum duplum fore ſolidi: & N M, ſecari à centro grauitatis annuli ſtricti, vt ſecatur E D, in Q, à dicto centro; ità vt partes terminatæ ad N, verſus M, & E, verſus D, ſint homologæ. Idem dicatur de centro grauitatis annuli lati.

SCHOLIVM IV.

Super figura B A F D, & ſuper rectangulo M D, extent cylindrici recti ſecti plano diagonaliter tranſeunte per B D, & per latus oppoſitum ipſi M F. Cum ex propoſit. 10. lib. 2. ſint priſmata, quæ ſunt dimidia parallelepipedi exiſtentis ſuper rectangulo, ad truncos cylindrici ſuper figura, vt cylindrus ex rectangulo ad ſolida rotunda ex figura reuoluta vel circa B D, vel circa M F. Habebimus cubationes dictorum truncorum.

PRO-



PROPOSITIO XXXI.

Si Secunda Quarta Lilij vngularis cum rectangulo ſibi circumſcripto rotetur circa axim. Erit cylindrus ad ſolidum, vt duplum quadratum arcus quadrantis, ad quadratum arcus quadrantis, minus dimidio quadrati ſemidiametri, & dimidio quadrati exceſſus arcus quadrantis ſupra ſemidiametrum.

FIgura BAFD, cum rectangulo MD, rotetur circa FD: & ex CD, arcu quadrantis auferatur CR, æqualis ſemidiametro. Dico cylindrum MT,

MT, eſſe ad ſolidum BAFST, vt duplum quadratum CD, ad quadratum CD, minus dimidio quadratorum CR, RD; nempe ad duplum rectangulum CRD, cum dimidio quadratorum CR, RD.

Namque ex ſchol. propoſit. 12. eſt cylindrus NT, ad ſolidum BADST, vt arcus quadrantis ad ſemidiametrum: nempe vt DC, ad CR: nempe vt quadratum DC, ad rectangulum DCR. Ergo cylindrus MT, duplus cylindri NT, erit ad ſolidum BADST, vt duplum quadratum DC, ad rectangulum DCR. Pariter, quoniam ex coroll. 2. propoſit. 23. eſt cylindrus CS, ad ſolidum ADS: nempe cylindrus OX, ad ſolidum FADS, vt dimidium quadrati CD, ad exceſſum ſui ſupra quadratum CR: nempe ad rectangulum CRD, cum dimidio quadrati RD, minus dimidio quadrati CR (cum enim quadratum CD, diuidatur in quadrata CR, RD, & in duo rectangula CRD, erit dimidium quadrati CD, dimidium quadratorum CR, RD, cum vno rectangulo CRD; quæ excedunt quadratum CR, rectangulo CRD, plus dimidio quadrati RD, minus dimidio quadrati CR.) Ergo cylindrus MT, quadruplus cylindri OX, erit ad ſolidum FADS, vt duplum quadratum CD, ad rectangulum CRD, cum dimidio quadrati RD, minus dimidio quadrati CR. Ergo colligendo ambo conſequentia, erit cylindrus MT, ad ſolidum BAFST, vt duplum quadratum CD, ad rectangulum DCR, cum rectangulo CRD, &

cum

cum dimidio quadrati RD, minus dimidio quadrati CR. Quæ faciunt duo rectangula CRD, cum dimidio quadratorum CR, RD. Quare patet propoſitum.

COROLLARIVM.

Ergo per conuerſionem rationis, erit cylindrus ad ſui exceſſum ſupra dictum ſolidum, nempe ad ſolidum genitum ex BAFM, reuoluta circa FD, vt duplum quadratum CD, ad quadratum CD, ſimul cum dimidio quadratorum CR, RD.

SCHOLIVM I.

Sed ſolidum dictum idem eſt cum illo, quod oritur ex reuolutione BAFD, circa MB. Ergo cylindrus MT, erit ad ſolidum ex BAFD, circa MB, vt duplum quadratum CD, ad quadratum CD, cum dimidio quadratorum CR, RD. Quare facilè concludetur arguendo ex æqualitate, eſſe ſolidum ex BAFD, circa MB, ad ſolidum BAFST, vt quadratum CD, cum dimidio quadratorum CR, RD, ad quadratum CD, minus dimidio quadratorum CR, RD.

Quare ſi BD, ſic intelligatur diuiſa in K, vt ſit Bk, ad KD, vt quadratum CD, cum dimidio quadratorum CR, RD, ad quadratum CD, minus dimidio quadratorum CR, RD; facile concludemus

mus ex dictis, & ex propoſit. 4. lib. 3. eſſe K, centrum æquilibrij ſecundæ quartæ Lilij vngularis B A F D, appenſæ ſecundum baſim B D.

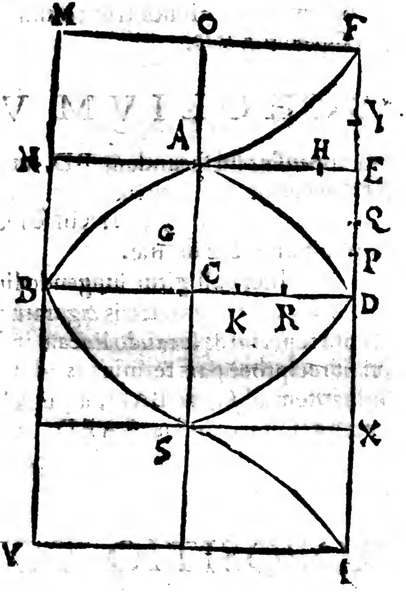
SCHOLIVM II.

Etiam nunc concludemus, annulum ex B A F D, reuoluta circa V T, eſſe ad ſolidum ex D F S T, circa V T, vt triplum quadratum C D, minus dimidio quadratorum C R, R D, ad quadratum C D, cum dimidio quadratorum C R, R D, vt conſideranti patebit ex ſchol. 1. & ex propoſit. 30. miſcell. hyperb. Nempe, vt triplum quadratum arcus quadrantis, minus dimidio quadratorum ſemidiametri, & differentiæ inter arcum quadrantis, & ſemidiametrum, ad quadratum arcus quadrantis cum dimidio dictorum quadratorum.

SCHOLIVM III.

Concipiamus figuram B A F D, duplicari in F A B S T, & cogitemus reuolui vel circa M F, vel circa aliam M F, parallelam cum rectangulo M T, vt generentur annuli ſtricti vel lati. Habebimus & rationem duplam cylindri, vel tubi ad annulos, & annulorum centra grauitatis, vt ſæpe explicatum fuit. Item ſi mente ſtatuamus figuram duplicari ad partes M F, & fieri rotationes vt prius; habebimus tam

men-



menſuras annulorum, quam in axibus centra grauitatis.

SCHOLIVM IV.

Super rectangulo MD, & ſuper BAFD, cogitemus

mus cylindricos rectos æquealtos, sectos diagonaliter plano tranſeunte per F D, & per latus oppoſitum M B. Habebimus cubationes truncorum cylindrici exiſtentis ſuper F A B D.

SCHOLIVM V.

Figuræ appenſæ tam ſecundum BD, quam ſecundum F D, repertum fuit centrum æquilibrij. Ex ijs ductis lineis parallelis B D, F D: vbi ſe ſecant, erit centrum grauitatis dictæ figuræ.

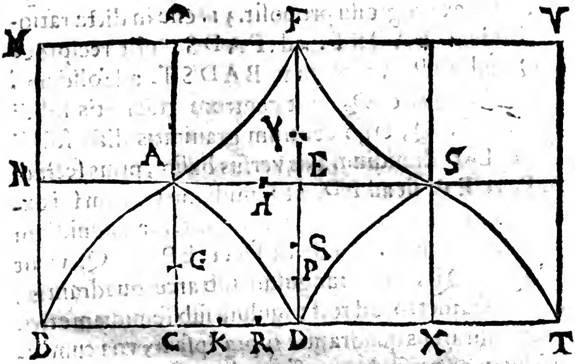
Quod etiam aliter colligitur iungendo linea mentaliter G, & H, centra grauitatis figurarum BAD, F A D, ſuprà reperta; & ſecando lineam ipſa nectentem ſic, vt ſit reciprocè pars terminans ad H, ad partem terminantem ad G, vt BAD, ad F A D.

Ex centro grauitatis ipſius B A F D, reperiemus centrum grauitatis cylindrici recti ſuper ipſa exiſtentis.

PROPOSITIO XXXII.

Centrum grauitatis ſolidi ex Secunda Quarta Lilij vngularis circà axim reuoluta, centrum grauitatis aſsignare.

SEcunda Quarta Lilij vngularis B A F D, rotetur circa axim F D. Solidi geniti B A F S T, oportet centrum grauitatis aſſignare. Solidi A F S D, eſſe E, medium punctum F D, centrum grauitatis, eſt luce



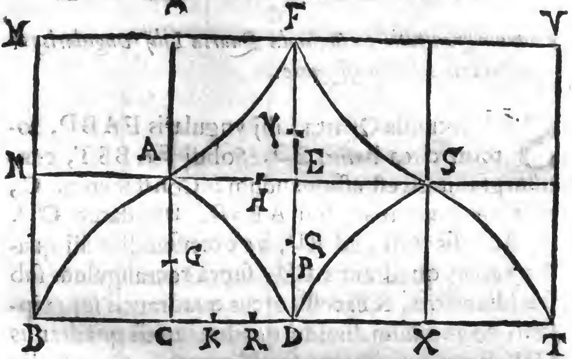
lucè clarius. Diuidatur ED, in P, vt ſit EP, ad PD, vt ſemidiameter cum exceſſu ipſius ſuper dimidium arcus quadrantis ad dimidium arcus quadrantis. Cum P, ſit centrum æquilibrij figuræ BAD, appenſæ ſecundum DE, vt facile elicitur ex propoſit. 16. & cum ſolidum BADST, ſit proportionaliter analogum cum figura BAD; erit etiam centrum grauitatis ſolidi BADST. Diuidatur PE, in Q, vt ſit EQ, ad QP, vt rectangulum DCR (nempe rectangulum ſub arcu quadrantis, & ſemidiametro) ad rectangulum CRD, cum dimidio quadrati RD, minus dimidio quadrati CR (nempe vt rectangulum ſub ſemidiametro, & exceſſu arcus quadrantis ſu-

pra ipſam, vna cum dimidio quadrato dicti exceſſus; minus dimidio quadrati ſemidiametri.) Cum ergo eliciatur ex progreſſu propoſit. 31. eſſe in dicta ratione ſolidum BADST, ad FADS; erit reciprocè EQ, ad QP, vt ſolidum BADST, ad ſolidum FADS. Quare Q, erit centrum grauitatis ſolidi BAFST. Q, ergo centrum grauitatis dicti ſolidi ſecat ED, dimidium axis verſus baſim, prius ſectam in P, vt EP, ſit ad PD, vt ſemidiameter cum ſui exceſſu ſupra dimidium arcus quadrantis, ad dimidium arcus quadrantis: deinde ſic ſecta EP, in Q, vt ſit EQ, ad QP, vt rectangulum ſub arcu quadrantis, & ſemidiametro, ad rectangulum ſub ſemidiametro, & exceſſu arcus quadrantis ſupra ipſam, vna cum dimidio quadrati dicti exceſſus, minus dimidio quadrati ſemidiametri.

SCHOLIVM I.

Datur ergo Q, centrum grauitatis ſolidi BAFST: ſed etiam datur E, centrum grauitatis cylindri totius MT: datur etiam ratio exceſſus cylindri ad ſolidum BAFST. Si ergo fiat vt dictus exceſſus cylindri MT, ſupra ſolidum BAFST, ad ipſum ſolidum, ſic QE, ad aliam auferendam ab EF, incipiendo ab E, verſus F; punctum terminans abſciſſam, erit centrum grauitatis exceſſus cylindri ſupra ſolidum. Cumque dictus exceſſus ſit omniquaque æqualis ſolido, quod oriretur ex reuolutione FABD, circa

MB.



MB. In MB, habebimus centrum grauitatis dicti ſolidi.

SCHOLIVM II.

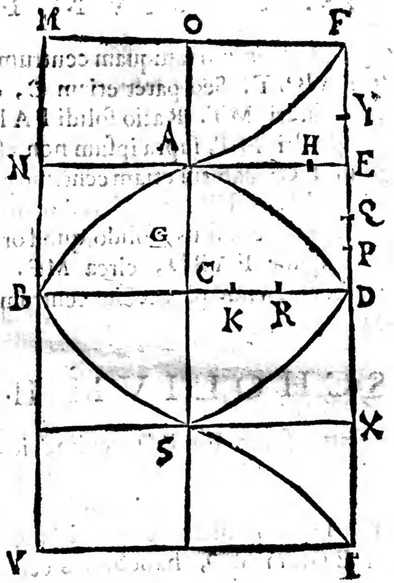
Super Secunda Quarta Lilij vngularis BAFD, eſto cylindricus rectus ſectus diagonaliter plano tranſeunte per FD, & per latus erectum à puncto B. Si ambo trunci huius cylindrici intelligantur appenſi ſecundum FD; habebimus in ipſa centra æquilibrij amborum truncorum dictorum.

PRO-

PROPOSITIO XXXIII.

Centrum grauitatis ex Secunda Quarta Lilij vngularis reuoluta circa baſim aſſignare.

SEd Secunda Quarta Lilij vngularis FABD, rotetur circa baſim BD. Solidi FABST, centrum grauitatis eſt aſſignandum. Conſtat enim C, centrum grauitatis ſolidi ABSD. Diuidatur CD, in R, vt ſit CR, ad RD, vt exceſſus dimidij quadrati arcus quadrantis CD, ſupra rectangulum ſub ſemidiametro, & exceſſu arcus quadrantis ſupra ipſam, ad exceſſum dimidij quadrati arcus quadrantis CD, ſupra quadratum ſemidiametri. Cum facile eliciatur ex coroll. 4. propoſit. 23. eſſe R, centrum æquilibrij trilinei FAD, appenſi ſecundum CD, quod eſt proportionaliter analogum cum ſolido FADST: erit etiam centrum grauitatis dicti ſolidi. Rurſum diuidatur CR, in K, vt ſit CK, ad kR, vt exceſſus arcus quadrantis ſupra ſemidiametrum, ad quartam partem arcus quadrantis. Cum ſit etiam in tali ratione, vt elicitur ex progreſſu propoſit. 30. ſolidum FADST, ad ſolidum ABSD. Erit reciprocè ſolidum FADST, ad ſolidum ABSD, vt Ck, ad kR. Quare erit k, centrum grauitatis totius ſolidi FABST. k, ergo centrum grauitatis dicti ſolidi ſecat CD, dimidiam BD, in R, vt ſit CR, ad RD, vt exceſſus dimidij quadrati arcus quadrantis, ſupra rectangulum



lum ſub ſemidiametro, & ſub exceſſu arcus quadrantis ſupra ipſam, ad exceſſum dimidij quadrati arcus quadrantis, ſupra quadratum ſemidiametri: deinde ſic ſecta CR, in k, vt ſit Ck, ad kR, vt exceſſus arcus quadrantis ſupra ſemidiametrum, ad quartam partem arcus quadrantis.

SCHO-

SCHOLIVM I.

K, ergo eſt inuentum tamquam centrum grauitatis ſolidi F A B S T. Sed patet etiam C, centrum grauitatis cylindri M T. Ratio ſolidi F A B S T, ad exceſſum cylindri M T, ſupra ipſum non eſt obſcura. Ergo in B C, dabitur etiam centrum grauitatis exceſſus cylindri. Aſt ille exceſſus eſt omnimodè æqualis (licet inuersè poſitus) ſolido, quod oriretur ex reuolutione figuræ F A B D, circa M F. Ergo dicti ſolidi habemus vndè pateat eius centrum grauitatis in M F.

SCHOLIVM II.

Concipiatur ſuper F A B D, cylindricus rectus (vt ſæpe dictum eſt) ſectus plano diagonaliter tranſeunte per B D, & per punctum in latere erecto à puncto F. Truncorum dicti cylindrici appenſorum ſecundum B D, in B D, habebimus centra æquilibrij.

D E

DE SVPERFICIE VNGVLÆ.

SECTIO TERTIA.

PEregimus hucuſque de ipſa ſuperficie vngulæ vniuerſaliter accepta, & non vt fecit Farbius, de ipſa figura ſinuum. Omnia etenim, quæ ſupra contemplata fuere, vniuerſalia extiterunt; & conſequenter applicari queunt vni particulari ſuperficiei vngulæ, nempe figuræ ſinuum. Rationabilius namque viſum fuit, vniuerſalia conſiderare, ipſaque particularibus applicare, quam explicare de particulari, & per analogiam, ad omnia extendere. Similem tenorem in reliquis ſeruabimus; ſolum pauca pertractabimus peculiariter de particulari ſuperficie vngulæ, nempe de figura ſinuum à Farbio ſic vocitata. Et quædam, quæ de ipſa ſic oſtendentur, poterunt vniuerſaliter ad omnes ſuperficies vngulæ dilatari.

tari. Et licet, quædam inferiùs dicendorum potuiſſent de ſuperficie vngulæ immediate, & vniuerſaliter pronunciari: attamen facilius eruuntur ex ſuperficie dicta particulari. Repetemus ergo nonnulla illorum, quæ Farbius ante nos publicauit, vt ſic liceat aliquas ſpicas paruulas ab ipſo poſthabitas colligere. Sed hæc taliter repetemus, vt inter ſua, noſtraque aliquod animaduertatur diſcrimen.

PROPOSITIO XXXIV.

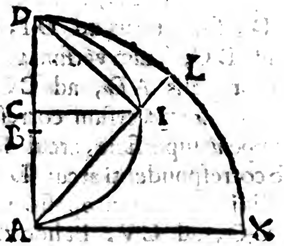
Sint quadrans circuli ADX, & ſemicirculus DIA, & ducatur vbilibet AIL.

Dico primo, arcus DL, DI, æquales eſſe. Patet ex elementis, quia angulus DAI, exiſtit ad centrum quadrantis, & ad circumferentiam ſemicirculi; & angulus qui exiſteret ad circumferentiam quadrantis, eſſet eius ſubduplus.

Dico ſecundo, ductis DI, IC, ſinibus rectis arcuum æqualium DL, DI, eſſe vt AD, ſinus totus quadrantis, & ſemidiameter ſemicirculi, ad DI, ſinum arcus DL, ſic DI, ad DC, ſinum verſum arcus DI. Patet item ex elementis.

SCHOLIVM.

Ex antecedent. propoſit. & ex alijs alibi dictis, tandem venabimur centrum grauitatis ſolidi ex ſuperficie



cie vngulæ circa axim reuoluta. Sed aliqua prius debemus, diſtinctius quoad fieri poterit, explanare. Intelligamus, vt in antecedentibus, figuram E A R M, ſed talis naturæ, vt E L, baſis ſuperficiei vngulæ E R L, ſit æqualis ſemidiametro ſemicirculi v. g. in ſchem. anteced. ipſi D B. Pariter intelligamus ſuperficiem vngulæ E A T M, cuius axis A E, æquetur arcui ſemicirculi D I A, ſeù quadrantis D L X, & baſis E M, dupla prioris, æquetur diametro D A. Accipiatur in axi A E, nempe in dimidio AD, AC, æqualis arcui D L, (ſupponimus enim D L, minorem ſemiquadrante) & ducatur C Q, E M, parallela. Liquet ex natura ſuperficiei vngulæ, C Q, æqualem eſſe D I, ſinui recto arcus D L, ſeù A C. Intelligamus aliam ſuperficiem vngulæ ARN, æqualem omnimodè ipſi E R L; & facta D H, æquali

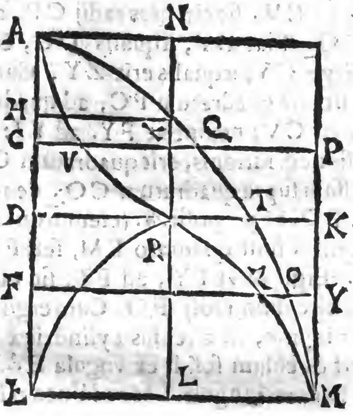
AC, ducatur HX, parallela EM. Cum AC, correſpondeat arcui DL, & arcus DL, DI, ſint æquales: correſpondebit HD, ipſi arcui DI. Cum vero ſit vt AD, ſinus totus ad DI, ſinum arcus DL, ſic DI, ad DC, ſinum verſum arcus DI: erit etiam vt EM, æqualis AD, ad CQ, æqualem DI, ſic CQ, ad ſinum verſum correſpondentem arcui DI, nempe in ſuperficie, arcui DH. Cumque ſinui verſo correſpondenti arcui DH, ſit æqualis CV, ex dictis in coroll. 2. propoſit. 9. erit vt EM, ad CQ, ita CQ, ad CV. Et hoc vbicunque ſit ducta CQ, vltra DT. Hæc doctrina ſummopere adnotetur, quia eſt ſummè neceſſaria.

PROPOSITIO XXXV.

Si ſuperficies vngulæ explicata cum rectangulo ſibi circumſcripto rotetur circa axim. Erit cylindrus ex rectangulo, ad ſolidum ex ſuperficie, vt ipſum rectangulum ad figuram ſupradictam, tam ſecundum totum, quam ſecundum partes proportionales.

SVperficies vngulæ EATM, cum rectangulo AM, rotetur circa AE. Dico cylindrum ex rectangulo, eſſe ad ſolidum ex ſuperficie, vt rectangulum AM, ad figuram EARM, tam ſecundum totum, quam ſecundum partes proportionales. Quod enim ſit ſecundum totum, patet: quia ſicuti eſt ex propoſit. 11. cylindrus ex rectangulo duplus ſolidi

ex



ex EATM; ſic rectangulum AM, duplum eſt figuræ EARM. Quod verò ſit etiam ſecundum partes proportionales, patebit ſtatim. Secentur omnia linea parallela ipſi EM. Hæc vel ſecat bifariam NL, vel ſecat NR, vel ſecat RL. Secet bifariam, vt DRTk. Quoniam enim quadratum kD, duplum eſt quadrati DT, vt facile elicitur ex propoſit. 8. ergo vt quadratum KD, ad quadratum TD, ſic kD, ad DR. Quare & vt kD, ad DR, ſic circulus radij kD, ad circulum radij DT. Sed ſecet ſupra, vt CVQP. Quoniam ex ſcholio antecedent. vt PC,

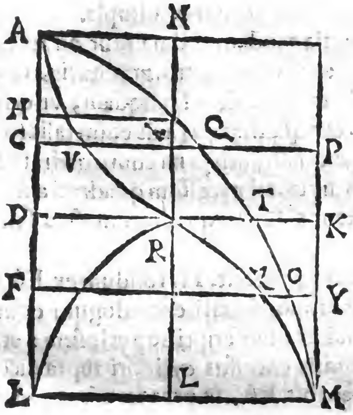
ad

ad CQ, ſic CQ, ad CV: ergo & vt quadratum PC, ad quadratum CQ, ſic CP, ad CV. Nempe vt CP, ad CV, ſic circulus radij CP, ad circulum radij CQ. Fiat DF, æqualis DC, & ſit ducta FY. Ergo CV, æqualis erit ZY. Cum ergo probatum ſit eſſe quadratum PC, ad quadratum CQ, vt CP, ad CV; nempe vt FY, ad YZ: ergo & per conuerſionem rationis, erit quadratum CP, ſeù FY, ad exceſſum ſupra quadratum CQ, nempe ad quadratum FO, ex propoſit. 8. (etenim quadrata CQ, FO, æqualia ſunt quadrato EM, ſeù FY) ſic FY, ad FZ. Ergo & vt FY, ad FZ, ſic circulus radij FY, ad circulum radij FO. Cum ergo vbicunque ſecentur figuræ, ſit circulus cylindri ex AM, circa AE, ad circulum ſolidi ex vngula EATM, circa AE, vt linea rectanguli AM, ad lineam figuræ EARM. Ergo expertus in methodo indiuiſibilium agnoſcet, ita eſſe cylindrum ad ſolidum, vt rectangulum ad figuram; non ſolum ſecundum totum, ſed etiam ſecundum partes proportionales. Quod &c.

SCHOLIVM.

Sed lector in noſtris operibus exercitatus, faciliter etiam agnoſcet, ſolidum ex ſuperficie EATM, circa AE, reuoluta, & figuram EARM, eſſe quantitates proportionaliter analogas, tam in magnitudine, quam in grauitate: tam ſecundum totum, quam ſecundum partes proportionales. Quare cum in

ſchol.



ſchol. prim. propoſit. 26. manifeſtatum ſit centrum æquilibrij figuræ EARM, appenſæ ſecundum AE, ſic ſecare AE, vt pars terminata ad A, ſit ad reliquam, vt quadratum AD, vna cum quadrato ſemidiametri, ad exceſſum quadrati AD, ſupra quadratum eiuſdem ſemidiametri: ſic etiam ſecabitur AE, à centro grauitatis ſolidi ex ſuperficie vngulæ. Secabitur ergo ſic axis ſolidi ex ſuperficie vngulæ reuolti circa axim à ſuo centro grauitatis, vt pars terminata ad verticem ſit ad reliquam, vt quarta pars quadrati axis, vna cum quadrato ſemidiametri ſemicirculi,

culi, cuius peripheria æquetur axi, ad exceſſum dictæ quartæ partis quadrati axis ſupra quadratum illius ſemidiametri. Et vt horum quadrupla.

Quæ omnia tandem reducentur ad hoc, vt axis ſolidi ſic ſecetur à ſuo centro grauitatis, vt pars terminata ad verticem ſit ad reliquam, vt quadratum axis, ſeu arcus quadrantis (axis enim talis ſolidi ſemper eſt arcus quadrantis) vna cum quadrato ſemidiametri illius arcus, ad exceſſum quadrati axis, ſeu arcus quadrantis ſupra quadratum ſuæ ſemidiametri.

Cumque ex propoſit. 11. ſolidum ex EATM, circa AE, ſit proportionaliter analogum cum exceſſu cylindri ſibi circumſcripti ſupra ipſum: etiam centrum grauitatis exceſſus cylindri ſupra dictum ſolidum, ſic ſecabit EA, vt pars terminata ad E, ſit ad reliquam, vt quadrata AE, & ſemidiametri ad exceſſum quadrati AE, ſupra quadratum ſemidiametri. Hæc, quæ probata fuerunt de particulari ſolido ex ſuperficie vngulæ, patet per analogiam transferri ad omnia dicta ſolida.

PROPOSITIO XXXVI.

Solidi ex ſuperficie vngulæ circa latus rectanguli circumſcripti axi parallelum reuoluta, centrum grauitatis aſſignare.

Huiu-

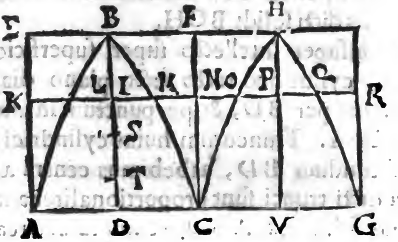
HViuſcè ſolidi indagabimus centrum grauitatis illo, eodemue artificio, quo venati fuimus centrum grauitatis infinitorum ſemifuſorum parabolicorum in propoſit. 31. miſcell. hyperb. & parabolic.

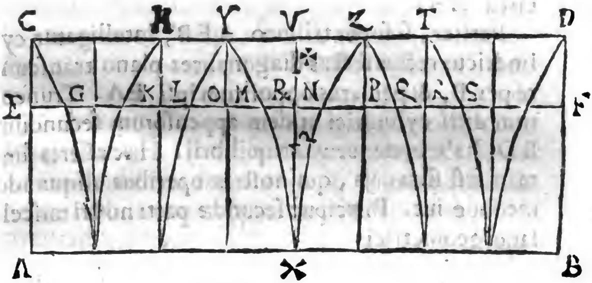
Eſto ergo ſuperficies vngulæ DBC, quæ rotetur circa FC, latus rectanguli ſibi circumſcripti, parallelum axi BD, vt exinde generetur ſolidum DBC-HV. Huiuſce intelligimus centrum grauitatis aſſignare. Intelligamus figuram duplicatam eſſe ABC, & ipſam reuolutam eſſe circa FC, ad generandum ſolidum ABCHG. Ex propoſit. 30. eiuſd. miſcell. hyperb. hoc ſolidum æquatur tam ſecundum totum, quam ſecundum partes proportionales, quatuor ſolidis, quorum duo ſint, quæ generantur ex reuolutione ſuperficiei DBC, circa DB, alia duo circa FC: & hæc quatuor ſolida ſint diſpoſita, vt in ſecunda figura. Ex citat. ergo propoſit. 30. miſcell. hyperb. quatuor ſolida ſecundæ figuræ, ſunt proportionaliter analoga cum ſolido ABCHG. Sed ſolidum ABC-HG, eſt ex ſchol. propoſit. 12. proportionaliter analogum cum figura ABC. Ergo figura ABC, erit etiam proportionaliter analoga cum dictis quatuor ſolidis. Ergo eodem modo ſecabitur BD, à centro grauitatis ipſius ABC, ac VX, à centro grauitatis quatuor ſolidorum ſimul ſumptorum. Sed facta BT, æquali ſemidiametro, eſt punctum T, centrum grauitatis ipſius ABC, ex propoſit. 20. Ergo etiam

O facta

facta V N, æquali ſemidiametro, erit N, centrum grauitatis quatuor ſolidorum ſimul ſumptorum. Intelligatur V X, ſic diuiſa in 2 (perpende quæſo demonſtrationis vim, nec te deturbent ſculptoris errores) vt ſit V 2, ad 2 X, vt quarta pars quadrati V X, vna cum quadrato ſemidiametri ſemicirculi cuius circumferentia æquetur V X, ad exceſſum quartæ partis quadrati V X, ſupra quadratum dictæ ſemidiametri. Vel melius, vt quadratum VX, cum quadrato ſemidiametri arcus quadrantis V X, ad quadratum V X, minus quadrato ſemidiametri. Ergo in dicta ratione, ex ſchol. anteced. ſecabitur axis vnius ex ſolidis medijs ab ipſius centro grauitatis. Cum ergo ambo media ſint artificioſè ſic diſpoſita, vt commune ipſorum centrum grauitatis ſit in VX: erit hoc punctum 2. Cum vero N, ſit centrum grauitatis quatuor ſolidorum ſimul, & 2, duorum mediorum; erit in N V, etiam centrum grauitatis duorum extremorum ſimul. Fiat 2 N, ad N ✳, vt exceſſus diametri circuli, cuius arcui quadrantis æquetur V X, ſupra dimidiam VX, ad dimidiam V X: nempe reciprocè ex propoſit. 15. vt vnum ſolidorum extremorum ad vnum mediorum; nempe vt duo extrema ad duo media. Ergo ✳, erit centrum grauitatis duorum ſolidorum extremorum ſimul ſumptorum. Cumque, ex induſtria fuerint ſic diſpoſita, vt eodem modo ſecetur V X, à centro grauitatis duorum extremorum ſimul ſumptorum, ac axis vniuſcuiuſque à proprio centro grauitatis. Si taliter ſit ſecta F C, in N, vt ſe-

ctus





ctus eſt axis V X, in ✳. Erit inuentum N, centrum grauitatis ſolidi DBCHV. Quod erat faciendum.

SCHOLIVM I.

Cum ergo habeamus etiam centrum grauitatis totius cylindri B V: nec ignoretur ratio ſolidi D B C-

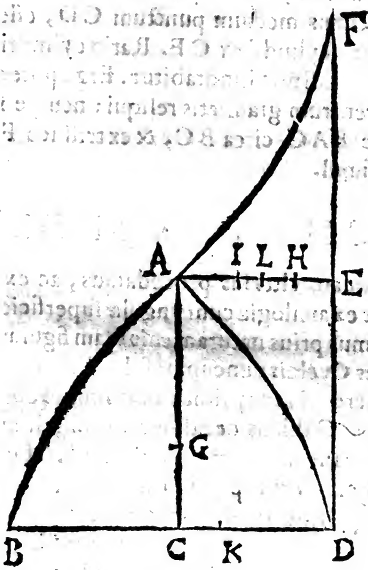
HV, ad ſolidum BCH, ortum ex reuolutione trilinei BCF, circa CF: habebimus in FC, centrum grauitatis dicti ſolidi BCH.

Sed inſuper intellecto ſuper ſuperficie vngulæ ABD, cylindrico recto ſecto plano diagonaliter tranſeunte per BD, & per punctum in latere erecto à puncto A. Truncorum huius cylindrici appenſorum ſecundum BD, habebimus centra æquilibrij. Quia dicti trunci ſunt proportionaliter analogi cum duobus ſolidis ex ABD, reuoluta & circa BD, & circa EA.

Pariter, ſi ſuper trilineo AEB, intelligatur cylindricus rectus ſectus diagonaliter plano tranſeunte per B, & per latus oppoſitum ipſi EA. Truncorum dicti cylindrici itidem appenſorum ſecundum BD, habebimus centra æquilibrij. Hæc aſſerta ſunt manifeſtiſſima ijs, qui noſtris operibus aliquando incubuerint. Præcipuè ſecundæ parti noſtri miſcellanei geometrici.

SCHOLIVM II.

Licuit ergo ex ſuperioribus, lectori agnoſcere, nos aſſignaſſe centra grauitatis ſolidorum ex ſuperficie vngulæ reuoluta tam circa axim, quam circa latus rectanguli circumſcripti axi parallelum. Sed quomodo inueniatur centrum grauitatis ſolidi ex ſuperficie reuoluta circa baſim, ignoramus. Attamen, ex dictis, ſcire poſſumus centrum grauitatis dicti ſolidi coniuncti



iuncti cum alio quoddam , vt nunc explicabimus. Supponamus in diagrammate præſenti, BAFD, eſſe figuram, de qua ſæpe ſæpius ſupra loquuti ſumus: nempe BAD, eſſe duplicatam ſuperficien vngulæ circa axim AC, & FAD, eſſe duplicatum trili-

neum: conſideremus inſuper totam figuram BAFD, rotari circa BD. Iam ex propoſit. 29. ſcimus in quo puncto ſecetur BD, à centro grauitatis ſolidi dicti. Sed etiam ſcimus medium punctum CD, eſſe centrum grauitatis cylindri ex CE. Ratio cylindri dicti ad reliquum ſolidi non ignorabitur. Ergo poterimus etiam ſcire centrum grauitatis reliqui: nempe ſolidi ex ſuperficie BAC, circa BC, & ex trilineo FAE, circa BD, ſimul.

SCHOLIVM III.

Sed antequam vlterius procedamus, ac explicemus ea, quæ ex analogia cum vngulæ ſuperficie emanant; debemus prius naturam cuiuſdam figuræ, quæ communiter Cyclois nuncupari ſolet, ante oculos lectorum ponere. Hanc primus omnium excogitauit celeberrimus Galileus occaſione formandi arcum Pontis cuiuſdam, vt ipſemet ait in quadam familiari epiſtola, quam præceptori noſtro Caualerio olim ſcribebat, quæque apud nos manet. Vt Cycloidis menſuram reperiret, per plurimos annos Galileus laborauit. Cumque hanc fruſtra tentaſſet, tandem rem Caualerio communicauit: ſed prius ſpatium 35. annorum (ni fallor) vt ipſam aſſequeretur conſumpſit, vt pluribus vicibus ab ore proprio Caualerij pronunciari audiuimus. Sed nec Cycloidis menſura pro Caualerio reſeruabatur. Hanc etenim primus omnium mundo patefecit admirabilis Torricellius.

Poſt

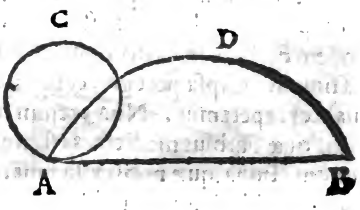
Poſt ipſum quadrauit eam Tacquet in diſſert: de motu, &c. theor. 20. & quidem acutiſſima demonſtratione. Tandem Farbius in dicto opuſculo de cycloide, & figura ſinuum de ipſa peregit; cuius doctrinam & nos aliqualiter repetemus. Non etenim intelligimus, ea omnia quæ Farbius meditatus eſt, iterum ponere: ſed tantum aliqua, quæ nobis viſa ſunt naturam ſuperficiei vngulæ illuſtriorem reddere. Sed prius explicationem Cycloidis indolis à Torricellio mutuabimur, ſicuti ipſe eam recepit à Cycloidis parente Galileo. Audiamus ergo Torricellium in appendice de cycloide pag. apud nos, 85, ſic alloquentem.

Concipiatur ſuper manente aliqua recta linea A B, circulus A C, contingens rectam A B, in puncto A. Noteturque punctum A, tamquam fixum in peripheria circuli A C. Tum intelligatur ſuper manente recta A B, conuerti circulum A C, motu circulari ſimul & progreſsiuo verſus partes B: ita vt ſubinde aliquo ſui puncto rectam lineam A B, ſemper contingat, quouſque fixum punctum iterum ad contactum reuertatur, puta in B. Certum eſt, quod punctum A, fixum in peripheria circuli rotantis A C, aliquam lineam deſcribet, ſurgentem primo à ſubiecta linea A B, deinde culminantem verſus D; poſtremo pronam, deſcendentemque verſus punctum B.

Vocata eſt à prædeceſſoribus noſtris, præcipuè à Galileo iam ſupra 45. annum, huiuſmodi linea A D B, cyclois, recta verò A B, baſis cycloidis; at circulus A C, genitor cycloidis.

Proprietas, & natura cycloidis ea eſt, vt baſis ip-

ſius



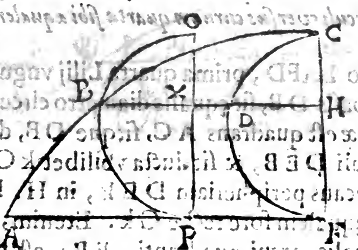
ſius AB, æqualis ſit peripheriæ circuli genitoris AC. Quod quidem non adeò obſcurum eſt. Nam tota peripheria AC, ſe ipſam in conuerſione commenſurauit ſuper manente recta AB.

Hæc quidem Torricellius. Ex natura verò cycloidis agnita, quædam explicabimus, quæ ex analogia inter ipſam, & ſuperficiem vngulæ emanant.

PROPOSITIO XXXVII.

Si circa axim ſemicycloidis veluti circa diametrum ſit ſemicirculus genitor ad partes ſemicycloidis, & ducatur vbilibet ordinatim applicata terminans ad curuam cycloidalem, & circumferentiam ſemicirculi. Hæc æqualis erit peripheriæ ſemicirculi, quam abſcindit verſus verticem.

ESto ſemicyclois ABCF, cuius axim intelligimus CF; & ſit ſemicirculus genitor CDF; & ſit ducta vbilibet BD, parallela AF, terminata ad curuas ABC, CDF. Aio BD, æqualem fore circum-



circumferentiæ CD, quam abſcindit verſus verticem C. Per punctum B, tranſeat ſemicirculus genitor OBP, & BD, extendatur ad H. Ex geneſi cycloidis ſupra explanata patet, circumferentiam BP, æqualem fore AP. Cum ergo tota circumferentia OBP, æquetur AF: reliqua BO, ſeu DC, æquabitur reliquæ PF; nempe XH. Cum vero ſinus BX, DH, ſint æquales: addita communi XD; erit BD, æqualis XH, nempe circumferentiæ DC. Quod &c.

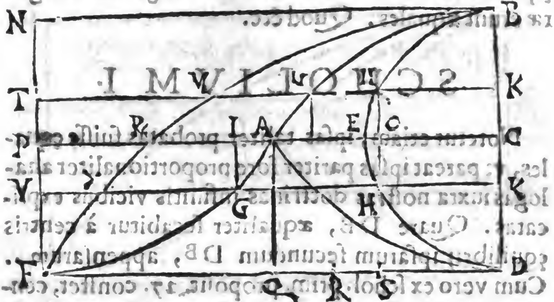
PROPOSITIO XXXVIII.

Si ſuper baſe primæ quartæ Lilij vngularis, tamquam ſuper diametro, ſit ſemicirculus ad eandem partem quartæ: hæc

baſis ſit pariter æqualis diametro circuli baſis cylindri, ex quo deducta fuit ſuperficies vngulæ: & ſit ducta vbilibet parallela axi quartæ. Hæc ſecabit circumferentiam ſemicirculi verſus curuam quartæ ſibi æqualem.

ESto BAFD, prima quarta Lilij vngularis, cuius baſis DB, ſit ęqualis diametro circuli, cuius peripheriæ eſt quadrans AC, ſitque DB, diameter ſemicirculi DEB, & ſit ducta vbilibet kG, parallela FD, ſecans peripheriam DEB, in H. Dico arcum HB, ęqualem fore rectæ Gk. Etenim, quod AC, ſit æqualis arcui quadrantis EB, eſt manifeſtiſſimum. KHG, ergo poteſt ſecare, vel ſolam ſuperficiem vngulæ CAB: vel etiam trilinea. Secet primò ſolam ſuperficiem vngulæ CAB, & ducantur GL, HO, parallelæ CB, quæ ſunt æquales, & ſunt ſinus recti EH, AL, arcuum quadrantum æqualium: ergo AL, EH, erunt æquales. Quare etiam reliqua LC, ſeu Gk, erit æqualis reliquæ HB. Si vero kHG, ſecet trilinea ducantur, pariter GL, HO, parallelæ DB. Quæ pariter erunt æquales. Et cum ſint ſinus recti arcuum quadrantum æqualium LA, HE: erit LA, æqualis arcui HE. Sed etiam AC, æqualis arcui EB. Ergo tota LC, ſeu GK, æqualis circumferentiæ HEB. Semper ergo dicta parallela eſt æqualis arcui HB. Quod &c.

PRO-



PROPOSITIO XXXIX.

Si axis antecedentis primæ quartæ Lilij vngularis ſit baſis ſemicycloidis, & baſis quartæ axis eiuſdem. Quarta erit æqualis exceſſui ſemicycloidis ſupra ſemicirculum genitorem.

ESto ſemicycloidis DBMF, cuius baſis FD, axis DB, vt ſemicirculus genitor ſit DEB. Dico quartam Lilij DFAB, æqualem fore ipſi DEBMF, exceſſui ſemicycloidis ſupra ſemicirculum.

Ducatur KM, vbilibet parallela FD, ſecans quartam, & ſemicycloidem in M, G. Cum ex duabus propoſit. antecedent. tam MH, quam Gk,

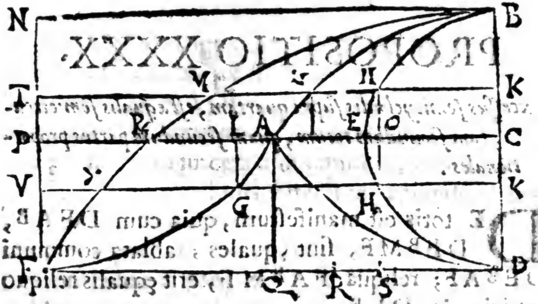
ęquales ſint eidem circumferentiæ HB. Ergo erunt ęquales inter ſe. Et hoc vbilibet. Ergo etiam figuræ erunt æquales. Quod &c.

SCHOLIVM I.

Notetur etiam, ipſas taliter probatas fuiſſe ęquales, vt pateat ipſas pariter fore proportionaliter analogas iuxta noſtras doctrinas infinitis vicibus explicatas. Quare DB, æqualiter ſecabitur à centris ęquilibrij ipſarum ſecundum DB, appenſarum. Cum vero ex ſchol. prim. propoſit. 27. conſtet, centrum ęquilibrij quartæ DFAB, quod ſit v. g. K, ſic diuidere DB, vt BK, ſit ad kD, vt arcus quadrantis, vna cum exceſſu ſemidiametri ſupra dimidium dicti arcus, & cum dimidio exceſſus differentiæ inter arcum quadrantis, & ſemidiametrum, ſupra differentiam inter ſemidiametrum, & dimidium arcus quadrantis, ad ſemidiametrum, vna cum dimidio dicti exceſſus. Conſtabit etiam ſic diuidi DB, à centro ęquilibrij dictæ figuræ DEBMF.

Pariter, cum vt Bk, ad kD, ſic ſit ſolidum ex DEBMF, reuoluta circa BN, parallelam FD, ad ſolidum ex eadem reuoluta circa FD. Patebit etiam ratio talium ſolidorum ad inuicem. Quæ etiam erit eadem cum ratione ſolidorum genitorum ex quarta eodem modo reuoluta.

SCHO-



SCHOLIVM II.

Sed particularius adnotetur, probatum fuiſſe etiam ſuperficiem vngulæ C A B, & E R M B, partem ſemicycloidis æquales eſſe; & conſequenter magnitudines analogas. Cum verò, ex propoſit. 16. centrum æquilibrij ſuperficiei C A B, appenſæ ſecundum C B, quod ſit k, ſic ipſam diuidat, vt C k, ſit ad k B, vt dimidium arcus quadrantis, ad ſemidiametrum, vna cum exceſſu ipſius ſupra dimidium arcus quadrantis. Sic etiam ſecabitur C B, à centro æquilibrij illius partis ſemicycloidis.

Ex quibus etiam ſciemus rationem ad inuicem ſolidorum ex reuolutione E R M B, tam circa N B, quam circa C P, reuoluta. Quæ erit eadem cum

cum ratione ſolidorum genitorum ex ſuperficie vagulæ ſic reuoluta.

PROPOSITIO XXXX.

Exceſſus ſemicycloidis ſupra quartam, eſt æqualis ſemicirculo, tam ſecundum totum, quam ſecundum partes proportionales.

De totis eſt manifeſtum, quia cum DFAB, DEBMF, ſint ęquales; ablata communi DEBAF; reliqua FABMF, erit ęqualis reliquo ſemicirculo DEB.

De partibus etiam proportionalibus patebit. Quia, cum HBMH, ſit ęqualis kGB; ablata communi HBG; reliqua GMB, erit ęqualis reliquæ kHB. Idem probaretur de cæteris partibus. Quare patet propoſitum.

SCHOLIVM I.

Cum verò hæ figuræ ſint æquales, vt explicatum eſt; patet eſſe proportionaliter analogas, &c. Ergò centrum æquilibrij exceſſus FABMF, appenſi ſecundum DB, erit C, medium punctum ipſius.

Ergo etiam ſi dictus exceſſus voluatur tam circa NB, quam circa FD; ſolida genita erunt æqualia.

SCHO-

SCHOLIVM II.

Aſt, cum dictæ figuræ ſint proportionaliter analogæ etiam ſecundum partes proportionales, & cum in ſchol. 1. propoſit. 25. lib. 3. traditum ſit qualiter inueniendum ſit centrum grauitatis cuiuſcunque circuli portionis; ſeù centrum ęquilibrij cuiuſcunque BHk, dimiæ portionis ſemicirculi appenſę ſecundum BK: aſſignatus pariter erit modus reperiendi centrum ęquilibrij partis cuiuſcunque MBG, exceſſus dicti itidem appenſæ ſecundum Bk.

Quamobrem conſequenter habebitur ratio ſolidi ex MBG, circa NB, reuoluta, ad ſolidum ex eadem circa Mk, ex propoſit. 4. lib. 3.

Peculiariùs verò agnoſcemus ex propoſit. 24. lib. 3. quod ſi ℞BA, dimidium dicti exceſſus, intelligatur appenſum ſic, & ſit eius centrum ęquilibrij k: erit Bk, ad kC, vt exceſſus ℞E, ſeù AC, ſupra ſubſeſquialteram EC, ad dictam ſubſeſquialteram. Nam ex dicta propoſit. ſuppoſito k, centro ęquilibrij quadrantis BEC, appenſi ſecundum BC, eſt BC, ad Ck, vt circumferentia BE, ad tertiam partem duplæ EC: nempe ad ſubſeſquialteram EC. Diuidendo ergo, patebit propoſitum.

Conſequenter autem tenebimus ex citat. propoſit. 4. lib. 3. quod ſi ℞BA, rotetur circa NB, & circa PC: erit primum ſolidum ad ſecundum, vt exceſſus arcus quadrantis ſupra ſubſeſquialteram ſemidia-

metri,

metri, ad dictam ſubſeſquialteram.

Adnotetur etiam, quę dicta fuere de partibus terminatis ad B, verificari quoque de terminatis ad F. Quia dictæ partes ſunt omniquaque ęquales, & ſimiles.

PROPOSITIO XLI.

Semicyclois eſt tripla ſemicirculi genitoris.

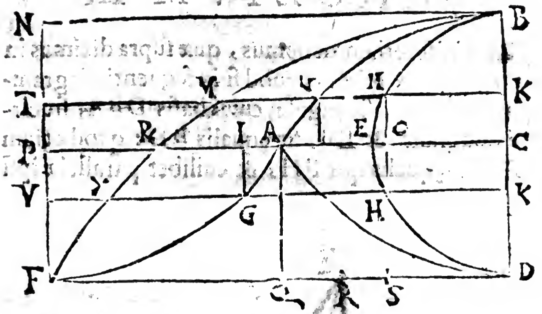
Manifeſtum etenim eſt ex ſępe ſępius dictis, rectangulum ND, duplum eſſe quartæ Lilij DFAB. Ergo etiam erit duplum DEBMF, exceſſus ſemicycloidis ſupra ſemicirculum. Sed etiam idem rectangulum ND, eſt quadruplum ſemicirculi DEB, vt elicitur ex Archim. in lib. de circuli quadra: & ex ijs, quæ nos explicauimus in propoſit. 6. lib. 2. & in ſcholijs eiuſdem. Ergo DEBMF, erit dupla ſemicirculi DEB. Et componendo, tota ſemicyclois erit tripla ſemicirculi.

SCHOLIVM I.

Cum verò FABMF, ſit probata ęqualis ſemicirculo: rectangulum ND, erit eius quadruplum. Quod notetur.

Pariter agnoſcemus, rectangulum ND, eſſe ſeſquitertium ſemicycloidis.

SCHO-

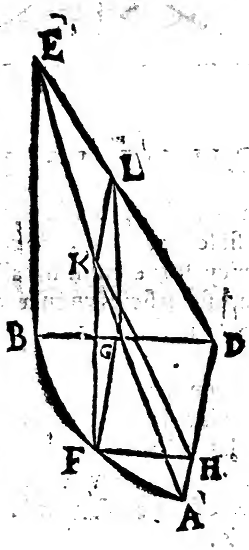


SCHOLIVM II.

Antequam vlterius procedamus, conſiderêmus quid propriè ſit ſemicyclois, & conſequenter tota cyclois. Semicyclois etenim nil aliud propriè eſt, quam duplicata ſuperficies vngulæ, cui accedant duplicata trilinea, cum ſemicirculo. Sed eſt ſuperficies vngulæ talis naturæ, vt baſis eius, hoc eſt latus cylindri, ex quo deſſumitur, ſit æqualis ſemidiametro circuli, qui eſt baſis cylindri. Sed debemus cogitare, omnes parallelas axi quartæ, trasferri, & terminari ex vna parte cum peripheria ſemicirculi. Debemus enim cogitare, kG, transferri in HM: CA, in E℞: & ſic de reliquis.

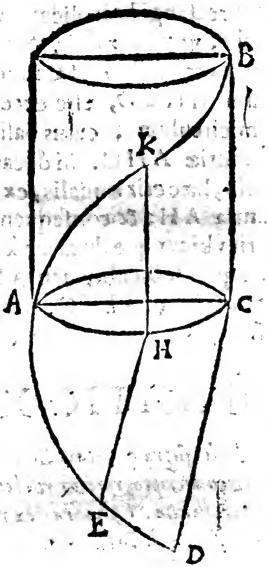
SCHOLIVM III.

Reminiſci etiam debemus, quæ ſupra diximus in propoſit. 6. Nimirum, quod ſi in ſequenti diagrammate, ABDE, ſit vngula, cuius baſis DBA, ſit circuli quadrans, & EB, ſit ęqualis BD: quod etiam kF, erit ęqualis ipſi FH; & cuilibet parallelæ ipſi



BE,

BE, correſpondebit aliquis ſinus in quadrante BAD. Quod hic verificatur, pariter ſuo modo verum eſt in quadam ſuperficie alia intellecta in cylindro, & in exceſſu ſemicycloidis ſupra ſemicirculum, vt ſtatim explicabimus. Cogitemus in ſuperficie cy-



lindri AB, exiſtere helicem AkB, ſic vt BC, ſit ęqualis circumferentiæ AHC. Probat Guidus Vbaldus in ſuo lib. 1. de cochlea propoſit. 38. quod ſi vbilibet ducatur kH, parallela BC, ipſam æqualem fore circumferentiæ AH. Quod attamen facilè agnoſcitur à non ignorante cochleæ naturam. Superficies etenim AkBC, aliud non eſt, quam triangulum quoddam rectangulum plicatum ſuper ſuperficiem cylindri ſic, vt vertex ſit in A; vnum laterum circa rectum congruat ipſi AHC: aliud ipſi BC. Cogitemus etiam AHCD, eſſe exceſſum ſemicycloidis ſupra ſemicirculum, cuius baſis DC, ſit ęqualis circumferentiæ AHC. Si ducatur HE, ipſi DC, parallela, hæc erit æqualis, ex propoſit. 37. ipſi circumferentiæ AH: & conſequenter ipſi kH. Et hoc verum erit vbicunque ducatur kH. Ergo cuilibet kH, correſpondebit aliqua in AHCD. Non verò ſuperficies cochleę AkBC, erit ęqualis ipſi AHCD: obſtat etenim tranſitus diuerſitas.

PROPOSITIO XLII.

Si exceſſus ſemicycloidis ſupra quartam Lib. vngularis, cum rectangulo ſibi circumſcripto, rotetur vel circa baſim, vel circa latus ipſi parallelum. Cylindrus ex rectangulo, erit quadruplus ſolidi orti ex dicto exceſſu.

IN ſchem. ſequent. rectangulum DN, cum FABMF, rotetur vel circa FD, vel circa NB (vtroque

que

que enim modo facta rotatione, ſolida genita erunt æqualia, ex ſchol. propoſit. 40.) Dico cylindrum quadruplum fore ſolidi geniti. Nam ex propoſit. 3. lib. 3. cylindrus ad ſolidum habet rationem compoſitam ex ratione rectanguli D N, ad exceſſum F A B-M F, & ex ratione D C, ad D C, ſi rotatio fiat circa D F (C, etenim eſt centrum æquilibrij tam rectanguli, quam dicti exceſſus ex ſchol. propoſit. 40.) Nempe cylindrus erit ad ſolidum, vt rectangulum ad exceſſum: nempe ex ſchol. 1. propoſit. 41. in ratione quadrupla. Quod &c.

PROPOSITIO XLIII.

Si ſemicyclois voluatur circa baſim cum rectangulo ſibi circumſcripto. Erit cylindrus ex rectangulo ad ſolidum ex ſemicycloide, vt baſis ſemicycloidis, ad ſui quartam partem, vna cum ſemidiametro ſemicirculi, & cum dimidio exceſſu differentiæ inter ſemibaſim, & ſemidiametrum, ſupra differentiam inter ſemidiametrum, & quartam partem baſis.

Vedi 1/9. Dialogo contro il Riccioli pag. 60. 78

DF, baſis ſemicycloidis D F M B, quæ eſt æqualis peripheriæ D E B, ſit ſecta bifariam in Q, & Q D, bifariam in S, & ſit D R, æqualis ſemidiametro D C: & intelligamus rectangulum D N, cum ſemicycloide rotari circa F D. Dico cylindrum eſſe ad ſolidum genitum, vt F D, ad D S, D R, vna cum dimidio exceſſu Q R, ſupra R S. Nam cylindrus ex

DN,

DN, eſt ex propoſit. anteced. quadruplus ſolidi ex exceſſu F A B M F; reuoluto circa F D: nempe ad ipſum, vt F D, ad D S.

Pariter idem cylindrus ex propoſit. 27. eſt ad ſolidum genitum ex quarta Lilij D F A B, circa axim ipſius D F, reuoluta; vt D F, ad D R, vna cum dimidio exceſſu Q R, ſupra R S. Ergo coniungendo ambo conſequentia, erit cylindrus ad ſolidum ex ſemicycloide, vt F D, ad D S, D R, vna cum exceſſu Q R, ſupra R S. Quod &c.

COROLLARIVM.

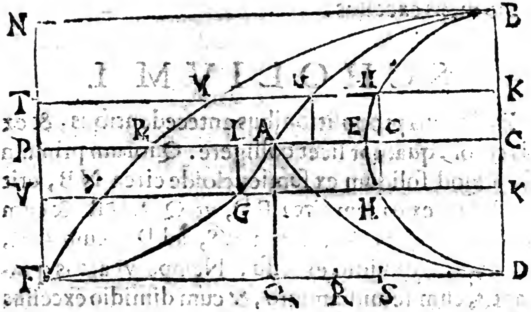
Ergo per conuerſionem rationis, erit cylindrus ad exceſſum ſupra ſolidum, vt F D, ad exceſſum ſupra dictum conſequens. Nempe vt baſis ſemicycloidis ad ſui quartam partem, vna cum differentia inter ſemidiametrum, & arcum quadrantis, minus dimidio exceſſus differentiæ inter arcum quadrantis, & ſemidiametrum, ſupra differentiam inter ſemidiametrum & dimidium arcus quadrantis.

PROPOSITIO XLIV.

Vedi pure il p.° dialogo contro il Ricciol. pag 60.

Si ſemicyclois cum rectangulo voluatur circa latus baſi parallelum. Cylindrus erit ad ſolidum, vt baſis dicta ad ſui dimidiam, vna cum ſemidiametro, & cum dimidio exceſſus differentiæ, vt in propoſit. antecedent.

DN,



DN, cum ſemicycloide rotentur circa NB. Dico cylindrum ad ſolidum, eſſe vt FD, ad DQ, cum DR, & cum dimidio exceſſus QR, ſupra RS. Nam, vt prius, ex propoſit. 42. cylindrus eſt quadruplus ſolidi orti ex reuolutione FABMF, circa NB. Pariter ex ſchol. prim. propoſit. 27. eſt ad ſolidum ex reuolutione quartæ DFAB, circa NB, vt FD, ad QD, RS, cum dimidio exceſſu QR, ſupra RS. Ergo colligendo ambo conſequentia, erit cylindrus ad totum ſolidum, vt FD, ad DQ, cum DS, SR (nempe vna cum RD,) & cum dimidio exceſſus QR, ſupra RS. Quod &c.

COROLLARIVM.

Ergo per conuerſionem rationis, erit cylindrus ad exceſ-

exceſſum ſupra ſolidum, vt FD, baſis ad differentiam inter arcum quadrantis, & ſemidiametrum, minus dimidio dictis exceſſus.

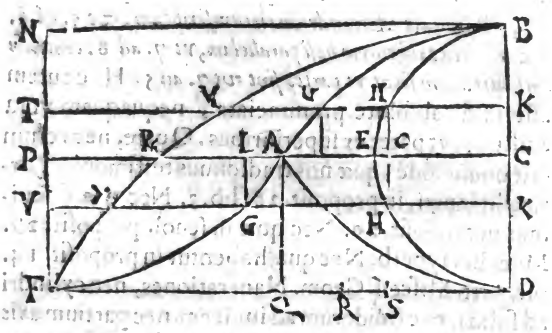
SCHOLIVM I.

Ex duabus propoſitionibus antecedentibus, & ex ſuis coroll. quatuor licet colligere. Quorum primum eſt. Quod ſolidum ex ſemicycloide circa NB, erit ad ſolidum ex eadem circa FD, vt QD, DR, & cum dimidio exceſſus QR, ſupra RS, ad DS, cum DR, & cum dicto dimidio exceſſu. Nempe vt arcus quadrantis, cum ſemidiametro, & cum dimidio exceſſus differentiæ inter arcum quadrantis, & ſemidiametrum, ſupra differentiam inter ſemidiametrum, & dimidium arcus quadrantis, ad ſemidiametrum vna cum dimidio arcus quadrantis, & cum dicto dimidio exceſſus.

Secundum eſt, quod ſi k, ſit centrum grauitatis totius cycloidis, vel æquilibrij ſemiſſis appenſæ ſecundum DB. BK, erit ad kD, in eadem ratione.

Tertium eſt, quod ſolidum ex trilineo FNB; circa FD, eſt ad ſolidum ex eodem circa NB, vt quarta pars baſis ſemicycloidis vna cum differentia inter arcum quadrantis, & ſemidiametrum, minus dimidio exceſſus dictæ differentiæ ſupra differentiam inter ſemidiametrum, & dimidium arcus quadrantis, ad differentiam inter arcum quadrantis, & ſemidiametrum, minus dicto dimidio exceſſus.

Quar-



Quartum eſt, quod ſi K, inter B, C, ſit centrum æquilibrij ipſius trilinei appenſi ſecundum D B. Erit DK, ad kB, in dicta ratione.

Licet centrum dictum æquilibrij trilinei poſſet etiam reperiri ex C, centro æquilibrij rectanguli ND; ex K, centro æquilibrij ſemicycloidis;& ex ratione ſemicycloidis ad trilineum, vt experietur in propoſit.46.

SCHOLIVM II.

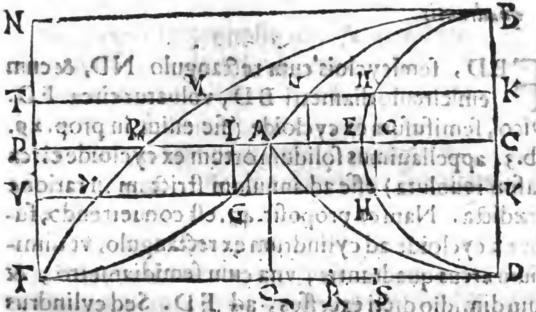
Ex dictis patere poteſt, quam cautè aſſentiendum ſit ijs, quæ etiam à ſummis, & excellentibus mathematicis abſque demonſtrationibus docentur. Siquidem eximius Torricellius in lib. prim. de motu gra-

uium ſchol. propoſit. 18. ait. *Satis ſit interea lectorem hic admonuiſſe quod ſi cycloidis ſpatium circa baſim conuertatur, erit ſolidum ad cylindrum circumſcriptum, vt 5. ad 8. ſi verò circa tangentem baſi parallelam, vt 7. ad 8. centrum cycloidis axem ſecat vt partes ſint vt 7. ad 5.* Hæc autem aſſerta ſic abſolutè pronunciata, nequaquam vera exiſtunt, vt patet ex ſuperioribus. Quare, nec verum erit omnimodè, quæ nos tradidimus teſtimonio Torricellij innixi, in propoſit. 28. lib. 3. Nec quæ docuimus in propoſit. 29. Nec quæ in ſchol. propoſit. 29. Miſcell. Hyperb. Nec quæ habentur in propoſit. 14. pri. part. Miſcell. Geom. Nam rationes, nec cylindri ad ſolida, nec ſolidorum ad inuicem, nec partium axis reſecti à cycloidis centro grauitatis, ſunt numero exprimibiles, ſicuti ſemper credidimus Torricellio affirmanti. Solum ſunt ſic numero exprimibiles ſecundum cyclometriam Archimedeam, & ſupponendo circumferentiam circuli eſſe ad diametrum, vt 22. ad 7. Vt ſtatim patebit.

Nam ſic primo. Quoniam qualium FD, eſt 11. DS, eſt $2\frac{3}{4}$: DR, $3\frac{1}{2}$. RS $\frac{3}{4}$. QR, 2. eius exceſſus ſupra RS, $1\frac{1}{4}$. eius ſemiſſis $\frac{5}{8}$. Ergo cylindrus erit ad ſolidum ex ſemicycloide circa FD (cum ex propoſit. 43. ſit ad ipſum, vt FD, ad DS, cum DR, & cum dimidio exceſſus QR, ſupra RS) vt 11. ad $6\frac{7}{8}$: nempe vt 8. ad 5.

Secundo. Cum ſit cylindrus ex propoſit. 44. ad ſolidum ex ſemicycloide circa NB, vt FD, ad DQ, cum DR, & cum dimidio exceſſus QR, ſupra RS;

crit



erit cylindrus ad ſolidum, vt 11. ad $9\frac{5}{8}$: nempe, vt 8. ad 7.

Tertio ergo erit ſolidum ex ſemicycloide circa NB, ad ſolidum circa FD, vt 7. ad 5.

Vnde quarto, etiam Bk, erit ad kD, vt 7. ad 5.

Verum, quoniam in propoſit. 28. lib. 3. & in alijs locis ſupra citatis aliqua, vt diximus, propoſita fuerunt aliter, ac proponi debent: ideo proponentur iuxta veritatem. Sit ergò,

PROPOSITIO XLV.

Fuſus cycloidalis eſt ad annulum ſtrictum ex circulo genitore, vt ſemidiameter vna cum dimidio arcus quadrantis, & cum dimidio exceſſus differentiæ inter arcum quadrantis,

& ſemidiametrum, ſupra differentiam inter ſemidiametrum, & dimidium arcus quadrantis, ad dimidium arcus quadrantis.

FBD, ſemicyclois cum rectangulo ND, & cum ſemicirculo diametri BD, voluatur circa FD. Dico, ſemifuſum ex cycloide (ſic enim in prop. 39. lib. 3. appellauimus ſolidum ortum ex cycloide circa baſim reuoluta) eſſe ad annulum ſtrictum in ratione prædicta. Nam ex propoſit. 43. eſt conuertendo, fuſus ex cycloide ad cylindrum ex rectangulo, vt dimidium arcus quadrantis, vna cum ſemidiametro, & cum dimidio dicti exceſſus, ad FD. Sed cylindrus eſt ad annulum ex DEB, vt rectangulum ad DEB, nempe ex propoſit. 41. in ratione quadrupla: nempe, vt FD, ad ſui quartam partem, ſcilicet ad dimidium arcus quadrantis (cum enim ex propoſit. 3. lib. 3. ratio cylindri ad annulum componatur ex ratio rectanguli ad DEB, & CD, ad CD: erit cylindrus ad annulum, vt rectangulum ad DEB: nempe quadruplus.) Quare ex æquali, erit fuſus ad annulum, vt dimidium arcus quadrantis, vna cum ſemidiametro, & cum dimidio exceſſus differentiæ inter arcum quadrantis, & ſemidiametrum, ſupra differentiam inter ſemidiametrum, & dimidium arcus quadrantis, ad dimidium arcus quadrantis. Quod &c.

SCHO-

SCHOLIVM I.

Cum verò in propoſit. 42. & in ſchem. ſuper: oſtenſum ſit, etiam cylindrum ex N D, circa F D, quadruplum eſſe ſolidi ex F A B M F, reuoluta circa vel F D, vel N B: & cum in progreſſu demonſtrationis antecedentis oſtenſum pariter ſit, cylindrum eundem eſſe quadruplum ſemiannuli ex ſemicirculo: ſequitur ſolida ex F A B M F, reuoluta tam circa F D, quam circa N B, æqualia fore ſemiannulo ex ſemicirculo genitore reuoluto tam circa F D, quam circa N B. Solida ergo genita ſunt æqualia, & figuræ etiam æquales ſunt ex propoſit. 40.

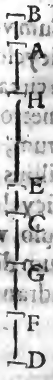
SCHOLIVM II.

Cum verò ex ſchol. 1. propoſit. 44. ſit ſolidum ex ſemicycloide reuoluta circa N B, ad ſolidum ex eadem circa F D, vt arcus quadrantis, vna cum ſemidiametro, & cum dicto dimidio exceſſus, ad ſemidiametrum, cum dimidio arcus quadrantis, & cum dimidio illius exceſſus. Ergo ex æquali, erit ſolidum ex ſemicycloide circa N B, ad ſemiannulum ex ſemicirculo, vt arcus quadrantis, vna cum ſemidiametro, & cum dimidio illius exceſſus, ad dimidium arcus quadrantis.

PROPOSITIO XLVI.

Centrum grauitatis exceſſus rectanguli circumſcripti cycloidi ſupra ipſam, ſeu æquilibrij ſemiexceſſus appenſi ſecundum axim ſic diuidit axim, vt pars ad verticem ſit ad reliquam, vt dimidium exceſſus differentiæ inter arcum quadrantis, & ſemidiametrum, ſupra differentiam inter ſemidiametrum, & dimidium arcus quadrantis, vna cum ſemidiametro, ad ſeſquialteram arcus quadrantis, vna cum ſemidiametro, & cum dicto dimidio exceſſus.

Sit rectangulum ND, cum ſemicycloide FBD. Dico BD, ſic ſecari à centro æquilibrij trilinei FNB, vt pars terminata ad B, ſit ad reliquam in dicta ratione. Facilitatis gratia exponatur ſeorſim linea BD, quæ ſit ſecta bifariam in E, vt repræſentet centrum æquilibrij totius rectanguli ND. Item ſit C, centrum æquilibrij ſemicycloidis. Ergo ex ſchol. 2. propoſit. 44. erit BC, ad CD, vt dimidium illius exceſſus, vna cum arcu quadrantis, & cum ſemidiametro, ad dimidium arcus quadrantis, vna cum ſemidiametro, & cum dimidio dicti exceſſus. Diuidatur BD, in omnibus iſtis partibus: nempe BA, & DF, vnaquæque ipſarum repræſentet dimidium illius exceſſus: AH, & GF, ſemidiame-



tros:

tros; A C, arcum quadrantis; & C G, dimidium. Cum ergo H E, E G, ſint æquales; & H C, ſit dupla C G: erit C E, tertia pars H E. Cum autem E, ſit centrum æquilibrij totius rectanguli N D; & G, ſit centrum ſemicycloidis F B D: & eliciatur ex propoſit. 41. trilineum F N B, eſſe tertiam partem ſemicycloidis F B D: erit trilineum ad ſemicycloidem reciprocè, vt C E, ad E H. Quare H, erit centrum æquilibrij trilinei. Sed B H, eſt ad H D, vt dimidium illius exceſſus, cum ſemidiametro, ad ſeſquialteram arcus quadrantis, vna cum ſemidiametro, & cum dimidio illius exceſſus. Quare patet propoſitum.

SCHOLIVM I.

Sed dices. Nonnè hæc ratio in ſchol. 1. propoſit. 44. aliter expreſſa fuit? Nonne ibidem dictum fuit, partem ad verticem eſſe ad reliquam, vt differentia inter arcum quadrantis, & ſemidiametrum, minus ſæpe dicto dimidio exceſſus, ad dimidium arcus quadrantis, vna cum dicta differentia inter arcum quadrantis, & ſemidiametrum, minus dicto dimidio exceſſus?

Hæc non te deturbent, mi lector. Nam eadem proportio iſtis terminis exprimitur. Quia termini expreſſi in ſchol. citat. propoſit. 44. ſunt tertiæ partes eorum, qui in præſenti exponuntur. Differentia enim inter arcum quadrantis, & ſemidiametrum, minus

nus dicto dimidio exceſſus, eſt tertia pars dicti dimidij exceſſus, & ſemidiametri. Sic alius terminus eſt tertia pars alterius, vt experienti conſtabit.

PROPOSITIO XLVII.

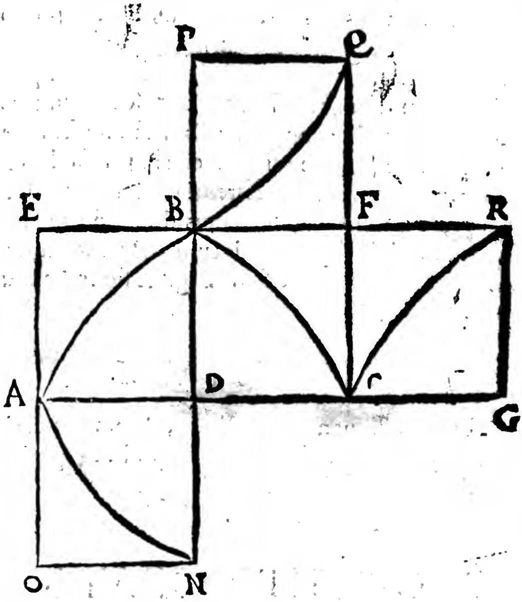
Aſſignare veras rationes eorum, quæ ponuntur in ſchol. prop. 29. miſcell. hyperb. de ipſa cycloide.

IN citat. ſchol. pagina 100. diximus primo, quod ſi ABC, ſit cyclois, quæ voluatur circa FC; ſecari FC, à centro grauitatis annuli, vt partes annuli ſint vt 7. ad 5. Quod non verificatur niſi impropriè. Propriè namque, & præciſè, ita diuidetur, vt pars terminata ad F, ſit ad reliquam, vt arcus quadrantis, cum ſemidiametro, & cum ſæpe dicto dimidio exceſſus, ad ſemidiametrum, cum dimidio arcus quadrantis, & cum dicto dimidio exceſſus. Sicuti diuideretur BD, à centro grauitatis cycloidis.

Idem intelligendum eſt ſi cyclois ABC, volueretur v. g. circa GR, vt fieret annulus latus. Eodem namque modo partiretur RG, à centro grauitatis dicti annuli.

In pagina 106. egimus de centro grauitatis annulorum genitorum ex duplicata ſemicycloide DBCRG, reuoluta tam circa RG, vt fieret annulus ſtrictus; quam circa aliam v. g. EA, vt fieret annulus latus. Vtroque namque modo RG, vel EA, ſecabuntur à centris grauitatis annulorum in antedicta ratione.

Item



Item in eodem loco egimus de centris grauitatis annulorum tam ſtrictorum, quam latorum, genitorum vel ex reuolutione trilineorum A E B F C, circa F C, vel aliam extra ipſam, putà R G: vel ex reuolutione B C R, vel circa R G, vel circa aliam putà E A. Secantur enim axes talium annulorum à cen-

S tris

tris ipſorum grauitatis, vt ſecantur B D, F C, à centris grauitatis trilineorum. Sed B D, F C, ex propoſit. anteced. ſic ſecantur à centris grauitatis trilineorum, vt partes terminatæ ad B, & F, ſint ad reliquas, vt dimidium illius exceſſus, vnà cum ſemidiametro, ad ſeſquialterum arcus quadrantis, vnà cum ſemidiametro, & cum dimidio illius exceſſus: vel facilius ex ſchol. 1. propoſit. 44. vt differentia inter arcum quadrantis, & ſemidiametrum, minus dimidio exceſſus, ad dimidium arcus quadrantis cum dicta differentia, minus dicto dimidio exceſſus. Ergo & ſic axes annulorum.

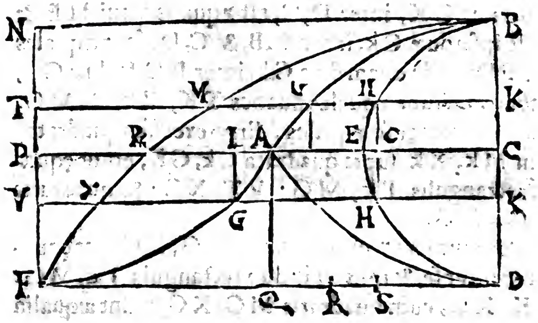
SCHOLIVM.

Eſſet hic aſſignanda peculiaris, & præciſa ratio eorum, quæ tradita fuerunt in propoſit. 14. part. 1. miſcell. geom. Sed hæc accomodatius cum alijs explicabuntur in ſequenti ſectione.

PROPOSITIO XLVIII.

Si exceſſus ſemicycloidis ſupra primam quartam Lilij vngularis rotetur circa axim, cum rectangulo ſibi circumſcripto. Erit cylindrus ex rectangulo ad ſolidum ex dicto exceſſu, vt quadratum baſis ſemicycloidis, ad ſui quartam partem, vna cum ſubſeſquialtero quadrati ſemidiametri.

FA-



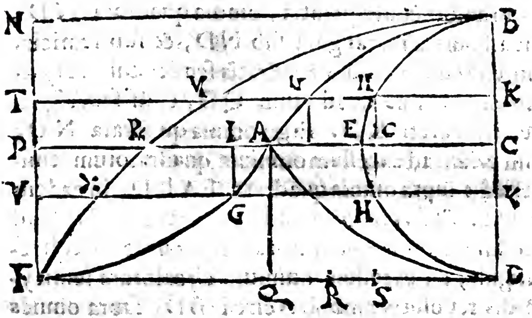
FABMF, exceſſus ſemicycloidis FMBD, ſupra primam quartam Lilij vngularis FABD, cum rectangulo ND, intelligatur rotari circa BD, & ſit QD, dimidia FD, ſeu arcus quadrantis, & RD, ſemidiameter. Dico cylindrum ex ND, eſſe ad ſolidum ex FABMD, vt quadratum FD, ad quadratum QD, vna cum ſubſeſquialtero quadrati RD.

Accipiantur in BC, CD, duo puncta k, vtcunque æque remota à C, & per ipſa ducantur duæ kT, kV, parallelæ FD, ſecantes peripheriam ſemicirculi genitoris in H; curuam quartæ in G: curuam cycloidis in M, X: & NF, latus rectanguli in T, V. Quoniam exceſſus quadrati Mk, ſupra quadratum Gk, ſunt duo rectangula MGk, cum quadrato MG: & pariter exceſſus quadrati Xk, ſupra quadratum Gk, ſunt duo

rectangula X G k, cum quadrato X G: & quoniam G k, inter B C, eſt ex propoſit. 38. æqualis arcui HB: & pariter G K, inter D, C, eſt æqualis arcui H E B: vndè ipſæ duæ G k, inter C, B, & C, D, ſunt æquales ipſi F D: vndè etiam duæ G k, inter B, C, & duæ G k, inter C D, ſunt æquales duabus T K, V k: & M G, X G, ſunt inter ſe æquales. Ergo exceſſus quadratorum M k, X k, ſupra quadrata G k, G K, erunt æqualia rectangulis T k, M G: V T, X G: & quadratis M G, X G.

Cum autem ex propoſit. 40. M G, X G, ſint æquales & inter ſe, & ipſis H k: duo rectangula T k, M G: V K, X G, cum quadratis M G, X G, erunt æqualia rectangulis T K H, V k H, cum duobus quadratis k H. Quare etiam dicta duo rectangula T k H, V k H, cum duobus quadratis k H, erunt æqualia exceſſui quadratorum M k, X k, ſupra quadrata G K, G K. Sed duo puncta k, accepta fuerunt arbitrariè. Ergo omnia rectangula ſub omnibus lateribus rectanguli N D, parallelis F D, & ſub omnibus lineis ſemicirculi D E B, itidem parallelis F D, vna cum omnibus quadratis prædictarum linearum ſemicirculi, erunt æqualia exceſſibus omnium quadratorum ſemicycloidis ſumptorum iuxta regulam quadratum F D, ſupra omnia quadrata quartæ F A B D, accepta ſecundum eandem regulam. Ergo omnia quadrata rectanguli N D, ſumpta ſecundum eandem regulam, erunt ad hæc in eadem ratione. Sed omnia quadrata rectanguli N D, ſunt ad omnia rectangula

ſub



ſub omnibus lineis rectanguli N D, & ſub omnibus lineis ſemicirculi D E B, vt rectangulum ad ſemicirculum, vt expertus in argumentando per indiuiſibilium methodum agnoſcet faciliter: nempe ex propoſit. 41. in ratione quadrupla: nempe, vt quadratum F D, ad quadratum Q D. Item omnia quadrata N D, ſunt ad omnia quadrata ſemicirculi, vt quadratum F D, ad ſubſeſquialterum quadrati ſemidiametri: nempe D R (quia omnia quadrata N D, ad omnia quadrata rectanguli circumſcripti ſemicirculo, ſunt vt quadratum P C, ad quadratum E C: omnia vero quadrata rectanguli circumſcripti ſemicirculo, ſunt ad omnia quadrata ſemicirculi, vt quadratum E C, ad ſui ſubſeſquialterum: quare ex æquali, omnia quadrata rectanguli N D, ſunt ad omnia quadra-

ta ſemicirculi, vt quadratum P C, ſeù F D, ad ſubſeſquialterum quadrati E C, ſeù R D.) Ergo colligendo ambo conſequentia, omnia quadrata N D, ſunt ad omnia rectangula ſub N D, & ſub ſemicirculo, vna cum omnibus quadratis ſemicirculi, vt quadratum F D, ad quadratum Q D, cum ſubſeſquialtero quadrati R D. Ergo omnia quadrata N D, erunt etiam ad exceſſum omnium quadratorum ſemicycloidis ſupra omnia quadrata F A B D, in eadem ratione. Sed vt omnia quadrata rectanguli N D, ad exceſſum illorum quadratorum, ſic omnes circuli rectanguli, ad exceſſum omnium circulorum ſemicycloidis reuolutis ambobus circa B D, ſupra omnes circulos ex quarta F A B D, reuoluta pariter circa B D: nempe ad omnes armillas circulares ex F A B M F, reuoluta circa B D: & vt omnes circuli ex rectangulo, ad omnes armillas ex F A B M F, ſic cylindrus ex rectangulo, ad ſolidum ex F A B M F, reuolutis ambobus circa B D. Ergo & cylindrus erit ad dictum ſolidum, vt quadratum F D, ad quadratum Q D, cum ſubſeſquialtero quadrati R D. Quod &c.

PROPOSITIO XLIX.

Si ſemicyclois cum rectangulo ſibi circumſcripto rotetur circa axim. Erit cylindrus ad ſolidum, vt quadratum baſis ſemicycloidis, nempe circumferentiæ ſemicirculi, ad quadratum arcus quadrantis, vna cum duplo exceſſu quadrati

drati arcus quadrantis ſupra quadratum ſemidiametri, & cum ſubſeſquialtero quadrati ſemidiametri: nempe ad ſubſeſquitertium quadrati baſis, minus ſeſquitertio quadrati ſemidiametri.

SEmicycloïs FMBD, cum rectangulo ND, rotetur circa axim DB. Dico cylindrum eſſe ad ſolidum, vt quadratum FD, ad quadratum QD, vna cum duplo exceſſu quadrati QD, ſupra quadratum RD, & cum ſubſeſquialtero quadrati RD: nempe ad ſubſeſquitertium quadrati FD, minus ſeſquitertio quadrati RD. Nam ex propoſit. antecedent. cylindrus ad ſolidum ex reuolutione FABMF, eſt vt quadratum FD, ad quadratum QD, cum ſubſeſquialtero quadrati RD. Ex propoſit. 26. eſt idem cylindrus ad ſolidum ortum ex prima quarta FABD, circa ipſius baſim DB, vt dimidium quadrati FD, ad exceſſum quadrati QD, ſupra quadratum RD: nempe, vt quadratum FD, ad duplum illius exceſſus. Ergo colligendo ambo conſequentia, erit cylindrus ad totum ſolidum, vt quadratum FD, ad quadratum QD, cum duplo exceſſu quadrati QD, ſupra quadratum RD, & cum ſubſeſquialtero quadrati RD. Sed plana conſequentis faciunt ſubſeſquitertium quadrati FD, minus ſeſquitertio quadrati RD. Quare &c.

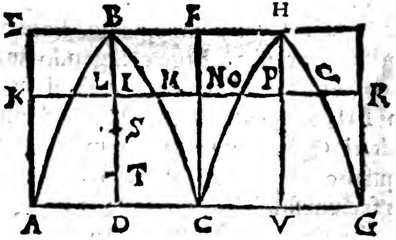
COR-

COROLLARIVM.

Ergo per conuerſionem rationis, erit cylindrus ad exceſſum ſupra ſolidum, vt quadratum FD, ad quadratum QD, cum ſeſquitertio quadrati RD. Nempe vt quadratum baſis, ſeù arcus ſemicirculi, ad quadratum arcus quadrantis, vna cum ſeſquitertio quadrati ſemidiametri.

PROPOSITIO L.

Si ſemicyclois cum rectangulo rotetur circa latus axi parallelum. Erit cylindrus ad ſolidum, vt quadratum baſis ſemicycloidis ad ſui ſubſeſquitertium, vna cum ſeſquitertio quadrati ſemidiametri.



PRæſens propoſitio poteſt variè demonſtrari: nos ſceligemus modum ſequentem. Supponamus

DBC,

DBC, eſſe ſemicycloidem; DB, axim; DC, baſim; & intelligamus ipſam cum rectangulo DF, rotari circa FC. Dico cylindrum DH, eſſe ad ſolidum DBCHV, vt quadratum DC, ad ſui ſubſeſquitertium, vnà cum ſeſquitertio quadrati ſemidiametri. Cyclois tota ſit ABC, cum rectangulo AF, & hæc cum ipſo rotetur circa FC. Ergo cylindrus CG, erit ad totum annulum ABCHG, vt 4. ad 3. ex coroll. 4. propoſit. 11. lib. 2. nempe, vt quadratum DC, ad ſui ſubſeſquitertium: nempe, vt quadruplum quadratum DC, ad quadruplum ſui ſubſeſquitertij. Quare cylindrus DH, quarta pars cylindri EG, erit ad annulum ABCHG, vt quadratum DC, ad quadruplum ſui ſubſeſquitertij. Sed cum ex propoſit. 30. miſcell. hyperb: annulus ABCHG, ſit æqualis quatuor ſolidis, nempe duobus ex reuolutione DBC, circa FC, & duobus ex eadem circa BD. Ergo cylindrus DH, erit ad vnum circa FC, & ad vnum circa BD, vt quadratum DC, ad duplum ſui ſubſeſquitertij. Sed ex propoſit. anteced. eſt ad illud circa BD, vt quadratum DC, ad ſui ſubſeſquitertium, minus ſeſquitertio quadrati ſemidiametri. Ergo cylindrus DH, erit ad ſolum ſolidum DBCHV, vt quadratum DC, ad ſui ſubſeſquitertium, vnà cum ſeſquitertio quadrati ſemidiametri. Quod &c.

COROLLARIVM.

Ergo per conuerſionem rationis, erit cylindrus ad exceſſum ſupra ſolidum, vt quadratum baſis ad quadratum arcus quadrantis, minus ſeſquitertio quadrati ſemidiametri.

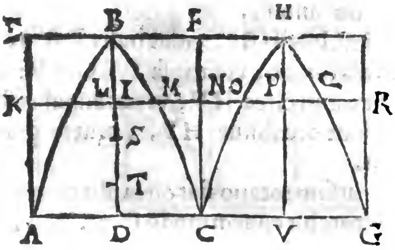
SCHOLIVM I.

Sed ex duabus propoſitionibus antecedentibus, & ex ſuis corollarijs varia poſſumus deducere, & nullo negotio comprehendere.

Primum eſt, quod ſi ſuper ſemicycloide A B D, & ſuper rectangulo E D, concipiamus cylindricos rectos ſectos diagonaliter plano tranſeunte per axim B D, & per latus oppoſitum ipſi E A. Truncorum cylindrici exiſtentis ſuper ſemicycloide habebimus cubationes.

Secundum eſt ratio ſolidi D B C H V, ad ſolidum A B C. Nempe ſic eſſe D B C H V, ad aliud, vt ſubſeſquitertium quadrati D C, vna cum ſeſquitertio quadrati ſemidiametri, ad ſubſeſquitertium quadrati D C, minus ſeſquitertio quadrati ſemidiametri.

Tertium eſt, quod ſi ſemicyclois D B C, intelligatur appenſa ſecundum baſim D C. Hæc taliter ſecabitur à centro æquilibrij ipſius, vt pars terminata ad C, ſit ad reliquam, vt ſubſeſquitertium quadrati D C, vna cum ſeſquitertio quadrati ſemidiametri, ad ſubſeſ-



ſeſquitertium quadrati D C, minus ſeſquitertio quadrati ſemidiametri. D C, enim diuiditur à tali centro æquilibrij ex propoſit. 4. lib. 3. in ratione ſolidorum ex ſemicycloide circa F C, B D, reuoluta.

Quartum eſt, quod ſi cogitemus A B C, eſſe figuram conſtantem ex duabus ſemicycloidibus ſic diſpoſitis, vt baſes B D, ſimul aptentur, & A D, D C, ſint ipſorum axes, & A B C, figura rotetur circa F C, vt fiat annulus ſtrictus A B C H G. F C, ſic diuidetur à centro grauitatis annuli, vt pars terminata ad F, ſit ad reliquam, vt ſubſeſquitertium quadrati F C, cum ſeſquitertio quadrati ſemidiametri, ad ſubſeſquitertium quadrati F C, minus ſeſquitertio quadrati ſemidiametri. Nempe vt diuiditur B D, à centro grauitatis duplicatæ ſemicycloidis A B C. Res tota eſt corollarium propoſit. 29. miſcell. hyperb.

Quod ſi A B C, rotetur non circa F C, ſed circa aliam ipſi parallelam, putà H V, vt fiat annulus latus:

T 2 nihi-

nihilominus H V, eodem modo ſecabitur à centro grauitatis illius annuli.

Sed ſemicyclois D B C, cuius baſis D B, axis D C, duplicetur alio modo, vt ſit ipſa D B C H V: & hæc intelligatur rotari circa H V, vt fiat annulus ſtrictus. In dicta ratione ſecabitur H V, à centro grauitatis dicti annuli.

Quod ſi rurſum rotatio fiat circa aliam, putà E A: Non minus patebit eodem modo ſecari E A, à centro grauitatis annuli lati.

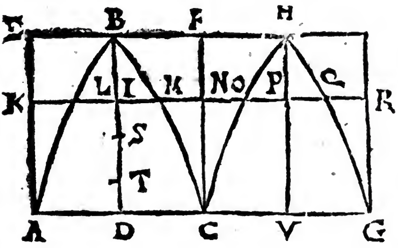
Quintum eſt, quod ſi ſuper trilineo A E B, & ſuper rectangulo E D, concipiamus cylindricos, ſectos per B D, &c. Truncorum cylindrici ſuper trilineo exiſtentis habebimus cubationes.

Sextum eſt, quod ſolidum ex trilineo A E B, circa B D, erit ad ſolidum ex trilineo circa E A, vt quadratum arcus quadrantis, cum ſeſquitertio quadrati ſemidiametri, ad quadratum arcus quadrantis, minus ſeſquitertio quadrati ſemidiametri.

Septimum eſt, quod intellecto trilineo appenſo ſecundum A D, vel E B; centrum æquilibrij ita diuidet E B, vt pars ad B, terminata, ſit ad reliquam, vt quadratum arcus quadrantis cum ſeſquitertio quadrati ſemidiametri, ad quadratum arcus quadrantis, minus ſeſquitertio quadrati ſemidiametri.

Licet hoc centrum æquilibrij poſſet etiam reperiri ex centro æquilibrij ſemicycloidis appenſæ ſecundum baſim.

Octauum eſt, quod ſi cogitemus trilineum A E B, du-



duplicari ad partes E B, & duplicatum trilineum rotari vel circa A D, vt fiat annulus ſtrictus, vel circa aliam, vt fiat annulus latus. Axes annulorum ſecabuntur à centris grauitatis ipſorum in dicta ratione in numero 7.

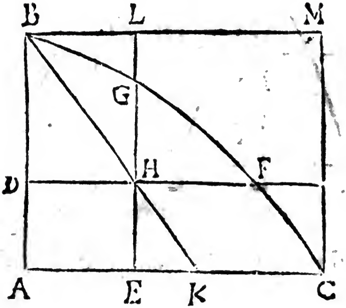
Quod ſi duplicetur ad partes A D, & rotationes fiant vel circa E B, vel circa illi parallelam, &c. Nihilominus eodem pacto ſecabuntur axes annulorum ab ipſorum centris grauitatis.

PROPOSITIO LI.

Semicycloidis centrum grauitatis aſsignare.

ESto ſemicyclois A B C, cuius baſis A C, axis B A. Oportet ſemicycloidis A B C, inuenire centrum grauitatis. Diuidatur B A, in D, vt ſit B D, ad D A, vt arcus quadrantis, cum ſemidiametro, &

cum



cum dimidio exceſſus differentiæ inter arcum quadrantis, & ſemidiametrum, ſupra differentiam inter ſemidiametrum, & dimidium arcus quadrantis, ad ſemidiametrum, vnà cum dimidio arcus quadrantis, & cum dicto dimidio exceſſus. Ergo ex ſchol. 1. propoſit. 44. erit D, centrum æquilibrij ſemicycloidis appenſæ ſecundum axim. Si ergo ducatur DF, AC, parallela, in ipſa erit centrum grauitatis ſemicycloidis. Item diuidatur A C, in E, vt ſit C E, ad E A, vt ſubſeſquitertium quadrati C A, cum ſeſquitertio quadrati ſemidiametri, ad ſubſeſquitertium quadrati C A, minus ſeſquitertio quadrati ſemidiametri. Ergo ex ſchol. anteced. E, erit centrum æquilibrij ſemicycloidis appenſæ ſecundum baſim A C. Si ergo ducatur E L, parallela A B. In ipſa erit centrum gra-

grauitatis ſemicycloidis, & in puncto H, vbi ſecat DF. Inuentum eſt ergo &c.

SCHOLIVM.

Centrum vero grauitatis cylindrici recti exiſtentis ſuper ſemicycloide, erit in medio punctoq axis ipſius erecti à puncto H.

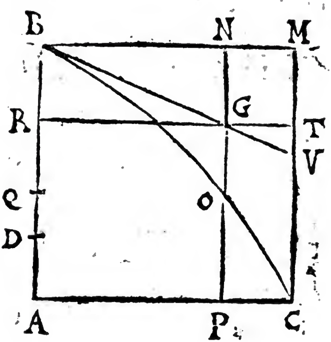
PROPOSITIO LII.

Trilinei, exceſſus rectanguli ſupra ſemicycloidem, centrum grauitatis aſſignare.

SIt hoc trilineum B M C, exceſſus rectanguli A M, ſupra ſemicycloidem A B C, eius axis B A, & oporteat eius centrum grauitatis aſſignare. Vedi Dial. pag. 62.

Hocce poteſt aſſignari ex centro grauitatis parallelogrammi A M: ex centro grauitatis ſemicycloidis A B C, reperto in propoſit. antecedent. & ex ratione ſemicycloidis ad trilineum. Sed aſſignabitur aliter ex ſupra dictis.

Diuidatur B M, in N, vt ſit B N, ad N M, vt quadratum arcus quadrantis, vnà cum ſeſquitertio quadrati ſemidiametri, ad quadratum arcus quadrantis, minus dicto ſeſquitertio quadrati ſemidiametri, vt ex ſchol. propoſit. 50. ſit N, centrum æquilibrij trilinei appenſi ſecundum B M: vt pariter ſit in N P, horizonti normali, centrum grauitatis trilinei. Item diui-



diuidatur MC, in T, vt ſit CT, ad TM, vt dimidium arcus quadrantis, cum differentia inter arcum quadrantis, & ſemidiametrum, minus dimidio exceſſus ſupra ſæpius explicati, ad dictam differentiam inter arcum quadrantis, & ſemidiametrum, minus dicto dimidio exceſſus, vt ex ſchol. 1. propoſit. 44. ſit T, centrum æquilibrij trilinei appenſi ſecundum MC. Si ergo rurſum ducatur TR, normalis horizonti ſecans priorem in G. Erit inuentum G, centrum grauitatis trilinei. Quod &c.

PROPOSITIO LIII.

Si rectangulum circumſcriptum exceſſui ſemicycloidis ſupra pri-

primam quartam Lilij vngularis rotetur circa latus parallelum axi cycloidis. Erit cylindrus ad ſolidum, vt quadratum baſis, ſeù arcus ſemicirculi, ad quadratum arcus quadrantis, minus ſubſeſquialtero quadrati ſemidiametri.

REctangulum ND, cum FABMF, rotetur circa NF, & ſit RD, ſemidiameter. Dico eſſe cylindrum ad ſolidum, vt quadratum FD, ad quadratum QD, minus ſubſeſquialtero quadrati RD. Eſt enim ex propoſit. 50. cylindrus ad ſolidum ex ſemicycloide circa NF, vt quadratum FD, ad ſui ſubſeſquitertium, vnà cum ſeſquitertio quadrati RD. Et idem cylindrus eſt ad ſolidum ex prima quarta FABD, circa NF, ex coroll. & ſchol. 1. propoſit. 26. vt dimidium quadrati FD, ad quadrata DQ, DR: nempe, vt quadratum FD, ad duo quadrata QD, cum duobus quadratis DR. Ergo erit idem cylindrus ad ſolidum genitum ex exceſſu dicto FABMF, vt quadratum FD, ad quadratum QD, minus ſubſeſquialtero quadrati RD. Quod &c.

SCHOLIVM I.

Etiam ergo nunc varia poſſumus colligere. Nam cum in propoſit. 48. aſſignata ſit ratio cylindri ad ſolidum ex dicto exceſſu reuoluto circa axim BD: intellectis ſuper exceſſu, & rectangulo cylindricis rectis ſectis per BD, & per latus oppoſitum ipſi NF.

Primo, truncorum cylindrici ſuper dicto exceſſu exiſtentis poſſumus habere cubationes.

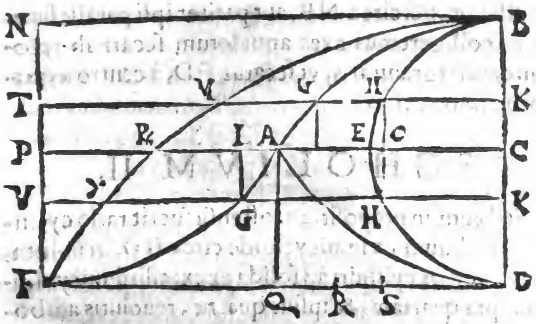
Licet cubationes horum truncorum poſſimus etiam aliter habere, ex ſubtractione cubationum truncorum exiſtentium ſuper quarta F A B D, aſſignatarum in ſchol. 3. propoſit. 26. à cubationibus truncorum cylindrici exiſtentis ſuper ſemicycloide aſſignatis in numero 1. ſchol. 1. propoſit. 50.

Secundo colligemus ſolidum ex exceſſu circa BD, eſſe ad ſolidum ex eodem circa N F, vt quadratum QD, cum ſubſeſquialtero quadrati RD, ad quadratũ QD, minus ſubſeſquialtero quadrati RD. Eſt enim ex propoſit. 48. conuertendo, ſolidum ex exceſſu circa B D, ad cylindrum, vt quadratum Q D, cum ſubſeſquialtero quadrati R D, ad quadratum F D. Cylindrus ad ſolidum ex exceſſu circa N F, eſt vt quadratum F D, ex propoſit. præſenti, ad quadratum Q D, minus ſubſeſquialtero quadrati DR. Quare ex æquali, patet propoſitum.

Tertio colligemus centrum æquilibrij exceſſus prædicti appenſi ſecundum F D, ſic ipſam ſecare, vt pars terminata ad D, ſit ad reliquam, vt quadratum arcus quadrantis DQ, vna cum ſubſeſquialtero quadrati ſemidiametri D R, ad quadratum arcus quadrantis, minus ſubſeſquialtero quadrati ſemidiametri.

Quod tamen centrum æquilibrij potuiſſet etiam reperiri & ex centris æquilibrij ſemicycloidis, & quartæ, & ex ratione quartæ ad dictum exceſſum,

pro-



proprijs in locis aſſignatis: & ex centris æquilibrij quartæ F A B N, & trilinei F M B N; & ex æqualitate trilinei F N B M, & exceſſus F A B M F.

Sicuti pariter centrum grauitatis dicti exceſſus, poſſet aſſignari ex centris grauitatis dictarum figurarum. Quod tamen facile etiam aliter aſſignabitur. Nam, cum ex ſchol. propoſit. 40. ſit C, medium punctum D B, centrum æquilibrij exceſſus appenſi ſecundum B D; vndè in C P, ſit centrum grauitatis exceſſus: ſi etiam F D, ſic ſecetur, vt inueniatur centrum æquilibrij exceſſus appenſi ſecundum F D. In ſectione ductæ per repertum punctum parallelæ D B, cum C P, erit centrum quæſitum.

Quarto colligemus centra grauitatis annulorum, tam ſtrictorum, quam latorum, ortorum ex reuolutio-

ne exceſſus duplicati vel ad partes F D, vel ad partes N B, & reuoluti congruenter vel circa F D, aut illi parallelam, vel circa N B, aut pariter ipſi parallelam. Nam colligeremus axes annulorum ſecari ab ipſorum centris grauitatis, vt ſecatur F D, à centro æquilibrij dicti exceſſus.

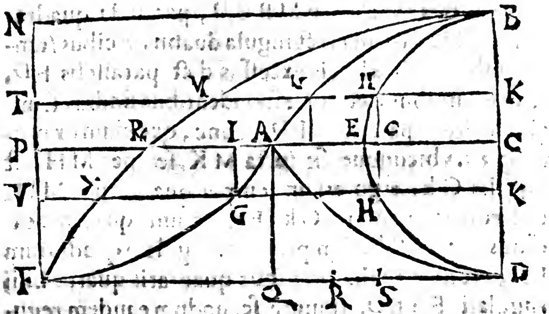
SCHOLIVM II.

Sed cum in propoſit. 49. oſtenſa fuerit ratio cylindri ad ſolidum ex ſemicycloide circa B D, reuoluta, ex rationibus cylindri ad ſolida ex exceſſu ſemicycloidis ſupra quartam, & ipſius quartæ, reuolutis ambobus circa B D: cum eadem ratio cylindri ad ſolidum poſſit etiam aſſignari ex ratione ipſius ad ſphæram ex ſemicirculo genitore, & ad ſolidum ex exceſſu ſemicycloidis ſupra ſemicirculum reuoluto circa B D: ideo antequam vlteriùs progrediamur, hanc explicabimus.

PROPOSITIO LIV.

Si exceſſus ſemicycloidis ſupra ſemicirculum genitorem, cum rectangulo ſibi circumſcripto rotetur circa axim: Erit cylindrus ad ſolidum, vt quadratum baſis ſemicycloidis, ad quadratum arcus quadrantis, vnà cum duplo exceſſu quadrati arcus quadrantis ſupra quadratum ſemidiametri.

FMB-



FMBED, exceſſus ſemicycloidis ſupra ſemicirculum DEB, rotetur circa BD, cum rectangulo ND, ſibi circumſcripto. Dico eſſe cylindrum ad ſolidum, vt quadratum FD, ad quadratum QD, cum duplo exceſſu quadrati QD, ſupra quadratum RD. Accipiantur arbitrariè duo puncta k, æque remota à puncto C, & ſint ductæ duæ parallelæ FD, ſecantes curuas cycloidis, & quartæ Lilij, vt in ſchemat. & vt dictum eſt in propoſit. 48. Circulus v.g. radij TK, erit ad armillam circularem, cuius latitudo MH, ortam ex reuolutione MH, circa BD, vt quadratum TK, ad quadratum MH, & ad duplum rectangulum MHK. Ergo expertus in methodo indiuiſibilium agnoſcet, rationem cylindri ex ND, ad ſolidum ex dicto exceſſu ſemicycloidis ſupra ſemicir-

cu-

culum, eſſe eandem cum ratione, quam habent omnia quadrata rectanguli ND, parallela FD, ad omnia quadrata exceſſus FMBED, parallela quadrato FD, & ad omnia rectangula duabus vicibus ſumpta, ſub omnibus lineis exceſſus dicti parallelis FD, & ſub omnibus, & correſpondentibus ſinibus ſemicirculi item parallelis FD. Tunc, quoniam ex propoſit. 39. vbicunque ſit ducta MK, ſemper MH, eſt æqualis Gk: ergo etiam ſemper quadratum MH, erit æquale quadrato Gk. Ergo omnia quadrata exceſſus FMBED, ſumpta iuxta regulam quadratum FD, erunt æqualia omnibus quadratis quartæ Lilij vngularis FABD, ſumptis ſecundum eandem regulam. Quare omnia quadrata rectanguli ND, ſumpta ſecundum eandem regulam, habebunt tam ad omnia quadrata illius exceſſus, quam ad omnia quadrata quartæ Lilij eandem rationem. Sed omnia quadrata rectanguli ſunt ad omnia quadrata quartæ, vt dimidium quadrati FD, ad exceſſum quadrati QD, ſupra quadratum RD: nempe vt quadratum FD, ad duplum dictum exceſſum (omnia enim quadrata rectanguli ad omnia quadrata quartæ Lilij, ſunt vt cylindrus ex rectangulo, ad ſolidum ex quarta, reuolutis ambobus circa BD.) Ergo etiam omnia quadrata rectanguli, ad omnia quadrata exceſſus FMBED, erunt in dicta ratione. Item quoniam ex propoſit. 38. MH, eſt æqualis circumferentiæ HB; & XH, circumferentiæ HEB, ſeu HED; vndè duæ MH, XH, ſimul, æquales ſunt ipſi FD; & pariter

ipſe

ipſe H k, ſunt æquales ex conſtructione. Ergo rectangula M H k; X H K, erunt æqualia rectangulo T k H: & duo rectangula M H k, cum duobus X H k, erunt æqualia rectangulis T k H, V K H. Cum verò puncta k, accepta fuerint arbitrariè: ergo omnia rectangula ſub omnibus lineis rectanguli N D, & ſub omnibus ſinibus ſemicirculi, acceptis iuxta regulam F D, erunt æqualia omnibus rectangulis ſub omnibus lineis exceſſus, & ſub omnibus lineis ſemicirculi duabus vicibus ſumptis. Ergo rurſum, omnia quadrata N D, ad hæc habebunt eandem rationem. Sed omnia quadrata rectanguli, ad omnia rectangula ſub omnibus lineis rectanguli, & ſub omnibus ſinibus ſemicirculi, ſunt vt rectangulum ad ſemicirculum: nempe quadrupla, ex propoſit. 41. nempe, vt quadratum F D, ad quadratum Q D. Ergo & ad omnia dupla rectangula ſub omnibus lineis exceſſus, & ſub omnibus ſinibus ſemicirculi, erunt in eadem ratione. Quare colligendo, erunt omnia quadrata N D, ad omnia quadrata exceſſus, cum illis duplis omnibus rectangulis ſub omnibus lineis exceſſus, & ſub omnibus ſinibus: nempe omnes circuli N D, ad omnes armillas ex omnibus lineis exceſſus reuolutis circa B D: nempe cylindrus ex N D, circa B D, ad ſolidum ex exceſſu F M B E D, circa B D, vt quadratum F D, ad quadratum Q D, vnà cum duplo exceſſu quadrati Q D, ſupra quadratum R D. Quod &c.

SCHOLIVM I.

Facilè ergo deducetur, eſſe cylindrum ad totum ſolidum ex ſemicycloide vt quadratum FD, ad dicta plana, vnà cum ſubſeſquialtero quadrati RD. Nam cylindrus ex ND, eſt ad ſphæram ex ſemicirculo, vt quadratum FD, ad ſubſeſquialterum quadrati ſemidiametri; nempe RD.

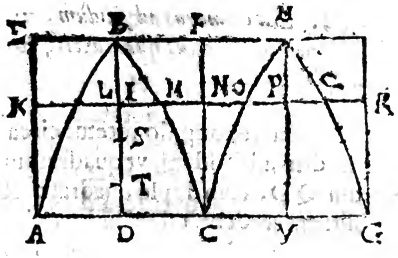
SCHOLIVM II.

Intelligimus aſſignare etiam rationem, quam habet cylindrus ex ND, ad ſolidum ex exceſſu FMBED, reuoluto circa NF. Similes rationes cylindrorum ad ſolida ſæpe ſæpius deducta fuerunt in noſtris operibus ex propoſit. 29. & 30. miſcell. hyperb. Hæc doctrina ad facilius commodum eſt reducenda, vt ipſa, quando opus fuerit, aptius in poſterum vti poſſimus.

PROPOSITIO LV.

Si cuilibet ſemifiguræ circa axim, ſit circumſcriptum rectangulum, quod cum ipſa rotetur circa duo latera oppoſita. Erit cylindrus ad ambo ſolida ſimul, vt dimidium rectanguli, ad ipſam ſemifiguram.

SE-



SEmifigura DBC, circa axim BD, cum DF, rectangulo ſibi circumſcripto rotetur circa FC, & BC, latera oppoſita rectanguli. Dico vnicum cylindrum DH, eſſe ad ambo ſolida ABC, DBCHV, vt dimidium DF, ad ipſam DBC, ſemifiguram. Nam ſi figura ſit integra ABC, & rotatio fiat circa FC: cylindrus EG, erit ad ſolidum ABCHG; nempe ad duo ſolida ABC, & ad duo DBCHV., ex propoſit. 30. citat. miſcell. vt rectangulum EC, ad figuram ABC, ex propoſit. 29. dicti miſcell. Ergo cylindrus DH, quarta pars cylindri EG, erit ad vnicum ſolidum ABC, cum vnico DBCHV, vt dimidium rectanguli DF, ad ſemifiguram DBC. Quod erat oſtendendum.

PROPOSITIO LVI.

Si exceſſus ſemicycloidis ſupra ſemicirculum genitorem, cum

 re-

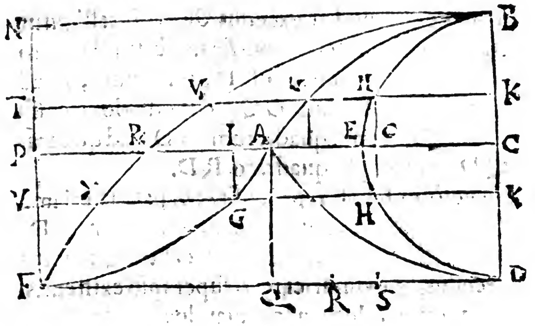
rectangulo ſibi circumſcripto, rotetur circa latus ipſius axi parallelum. Erit cylindrus ad ſolidum, vt quadratum baſis, ad quadratum arcus quadrantis, vnà cum duplo quadrato ſemidiametri.

EXceſſus cum rectangulo rotetur circa N F. Erit cylindrus ad ſolidum, vt quadratum F D, ad quadratum Q D, cum duplo quadrato R D. Nam ex propoſit. antecedent. eſt cylindrus ad ambo ſolida ex exceſſu tam circa N F, quam circa B D, vt dimidium rectanguli N D, ad exceſſum: nempe, vt æquale, ad æquale, vt faciliſſimè poteſt deduci ex propoſit. 41. Cum verò ex propoſit. 54. ſit cylindrus ad ſolidum ex exceſſu circa B D, reuoluto, vt quadratum F D, ad quadratum Q D, cum duplo exceſſu quadrati Q D, ſupra quadratum R D. Erit cylindrus ad ſolidum ex exceſſu circa N F, vt quadratum F D, ad ſui reliquum: nempe ad quadratum Q D, cum duplo quadrato R D. Quod &c.

SCHOLIVM I.

Ex progreſſu demonſtrationis patuit, cylindrum ex N D, ſiue circa B D, ſiue circa N F, reuoluto, æqualem eſſe ambobus ſolidis ſimul ex exceſſu F M B-E D, reuoluto tam circa B D, quam circa N F. Cum verò idem cylindrus ex N D, ſit etiam æqualis ambobus ſolidis ex quarta F A B D, reuoluta eodem modo, vt patuit in propoſit. 26. & in ſcholijs eiuſdem.

Ergo



Ergo duo ſolida ex exceſſu ſemicycloidis, erunt æqualia duobus ſolidis ex quarta. Quare non modò exceſſus æquatur quartæ, ſed etiam ſolida ambo ſunt æqualia ambobus.

SCHOLIVM II.

Sed ex propoſit. præſenti, & ex propoſit. 54. poſſumus nonnulla deducere. Primum eſt, cubationes truncorum cylindrici exiſtentis ſuper dicto exceſſu, reſecti plano tranſeunte per D B, & per latus oppoſitum ipſi N F.

Secundum eſt, quod ſolidum ex dicto exceſſu circa B D, erit ad ſolidum ex eodem circa N F, vt quadratum Q D, cum duplo exceſſu quadrati Q D, ſupra

quadratum R D, ad quadratum Q D, cum duplo quadrato R D.

Tertium eſt, quod ſi exceſſus dictus intelligatur appenſus ſecundum F D; ipſa ſic ſecabitur à centro æquilibrij exceſſus, vt pars ad D, terminata, ſit ad reliquam, vt quadratum D Q, cum duplo exceſſu quadrati Q D, ſupra quadratum R D, ad quadratum Q D, cum duplo quadrato R D.

Cum verò ex ſchol. 1. propoſit. 39. pateat etiam centrum æquilibrij exceſſus appenſi ſecundum B D: patebunt etiam modi inueniendi centra grauitatis dicti exceſſus, & cylindrici recti ſuper ipſo exiſtentis. Quos relinquimus lectori ſpeculandos.

Quartum eſt, quod ſi exceſſus intelligatur duplicatus vel ad partes F D, vel ad partes N B, & rotationes fieri, ſecundum modum pluribus vicibus explicatum, ad generandos annulos ſtrictos, & latos. Omnium annulorum ſic genitorum, in axibus eorum centra grauitatis nota erunt.

DE

DE SVPERFICIE VNGVLÆ.

SECTIO QVARTA.

IN prima parte Miſcell. noſtri Geometr. explicauimus doctrinam quandam, ex qua deduximus menſuram, & centra grauitatis quamplurium ſolidorum à Geometria, ad noſtra tempora vſque, nondùm conſideratorum. Hæc verò ſolida ortum duxerunt ex reuolutione quarundam dimidiarum figurarum circa axim, & circa ipſum reuolutarum; quarum, vt plurimum, & naturam, & quadraturam, & tunc temporis, & nunc ignoramus. Porrò quænam ſint huiuſcemodi figuræ, compillauimus in ſchol. propoſit. 25. In præſenti ſectione intelligimus nouas ſimiles figuras explicare, & eas, iam explicatis, addere. Sed quoniam doctrina illa ortum duxit à lemmate 1. deſumpto ex Torricellio in appendice de dimen:

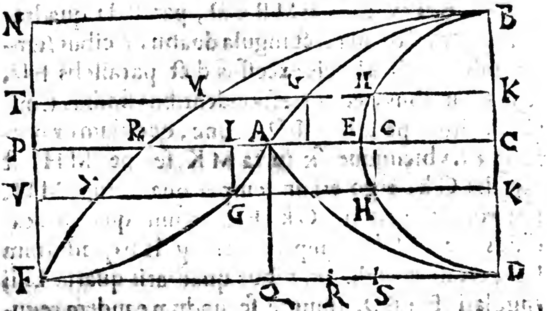
ne exceſſus duplicati vel ad partes F D, vel ad partes N B, & reuoluti congruenter vel circa F D, aut illi parallelam, vel circa N B, aut pariter ipſi parallelam. Nam colligeremus axes annulorum ſecari ab ipſorum centris grauitatis, vt ſecatur F D, à centro æquilibrij dicti exceſſus.

SCHOLIVM II.

Sed cum in propoſit. 49. oſtenſa fuerit ratio cylindri ad ſolidum ex ſemicycloide circa B D, reuoluta, ex rationibus cylindri ad ſolida ex exceſſu ſemicycloidis ſupra quartam, & ipſius quartæ, reuolutis ambobus circa B D: cum eadem ratio cylindri ad ſolidum poſſit etiam aſſignari ex ratione ipſius ad ſphæram ex ſemicirculo genitore; & ad ſolidum ex exceſſu ſemicycloidis ſupra ſemicirculum reuoluto circa B D: ideo antequam vlteriùs progrediamur, hanc explicabimus.

PROPOSITIO LIV.

Si exceſſus ſemicycloidis ſupra ſemicirculum genitorem, cum rectangulo ſibi circumſcripto rotetur circa axim: Erit cylindrus ad ſolidum, vt quadratum baſis ſemicycloidis, ad quadratum arcus quadrantis, vnà cum duplo exceſſu quadrati arcus quadrantis ſupra quadratum ſemidiametri.



FMBED, exceſſus ſemicycloidis ſupra ſemicirculum DEB, rotetur circa BD, cum rectangulo ND, ſibi circumſcripto. Dico eſſe cylindrum ad ſolidum, vt quadratum FD, ad quadratum QD, cum duplo exceſſu quadrati QD, ſupra quadratum RD. Accipiantur arbitrariè duo puncta k, æque remota à puncto C, & ſint ductæ duæ parallelæ FD, ſecantes curuas cycloidis, & quartæ Lilij, vt in ſchemat. & vt dictum eſt in propoſit. 48. Circulus v.g. radij TK, erit ad armillam circularem, cuius latitudo MH, ortam ex reuolutione MH, circa BD, vt quadratum TK, ad quadratum MH, & ad duplum rectangulum MHK. Ergo expertus in methodo indiuiſibilium agnoſcet, rationem cylindri ex ND, ad ſolidum ex dicto exceſſu ſemicycloidis ſupra ſemicir-

cu-

culum, eſſe eandem cum ratione, quam habent omnia quadrata rectanguli N D, parallela F D, ad omnia quadrata exceſſus F M B E D, parallela quadrato F D, & ad omnia rectangula duabus vicibus ſumpta, ſub omnibus lineis exceſſus dicti parallelis F D, & ſub omnibus, & correſpondentibus ſinibus ſemicirculi item parallelis F D. Tunc, quoniam ex propoſit. 39. vbicunque ſit ducta M K, ſemper M H, eſt æqualis G k: ergo etiam ſemper quadratum M H, erit æquale quadrato G k. Ergo omnia quadrata exceſſus F M B E D, ſumpta iuxta regulam quadratum F D, erunt æqualia omnibus quadratis quartæ Lilij vngularis F A B D, ſumptis ſecundum eandem regulam. Quare omnia quadrata rectanguli N D, ſumpta ſecundum eandem regulam, habebunt tam ad omnia quadrata illius exceſſus, quam ad omnia quadrata quartæ Lilij eandem rationem. Sed omnia quadrata rectanguli ſunt ad omnia quadrata quartæ, vt dimidium quadrati F D, ad exceſſum quadrati Q D, ſupra quadratum R D: nempe vt quadratum F D, ad duplum dictum exceſſum (omnia enim quadrata rectanguli ad omnia quadrata quartæ Lilij, ſunt vt cylindrus ex rectangulo, ad ſolidum ex quarta, reuolutis ambobus circa B D.) Ergo etiam omnia quadrata rectanguli, ad omnia quadrata exceſſus F M B-E D, erunt in dicta ratione. Item quoniam ex propoſit. 38. M H, eſt æqualis circumferentiæ H B; & X H, circumferentiæ H E B, ſeu H E D; vndè duæ M H, X H, ſimul, æquales ſunt ipſi F D; & pariter

ipſe

ipſe H k, ſunt æquales ex conſtructione. Ergo rectangula M H k; X H K, erunt æqualia rectangulo T k H: & duo rectangula M H k, cum duobus X H k, erunt æqualia rectangulis T k H, V K H. Cum verò puncta k, accepta fuerint arbitrariè: ergo omnia rectangula ſub omnibus lineis rectanguli N D, & ſub omnibus ſinibus ſemicirculi, acceptis iuxta regulam F D, erunt æqualia omnibus rectangulis ſub omnibus lineis exceſſus, & ſub omnibus lineis ſemicirculi duabus vicibus ſumptis. Ergo rurſum, omnia quadrata N D, ad hæc habebunt eandem rationem. Sed omnia quadrata rectanguli, ad omnia rectangula ſub omnibus lineis rectanguli, & ſub omnibus ſinibus ſemicirculi, ſunt vt rectangulum ad ſemicirculum: nempe quadrupla, ex propoſit. 41. nempe, vt quadratum F D, ad quadratum Q D. Ergo & ad omnia dupla rectangula ſub omnibus lineis exceſſus, & ſub omnibus ſinibus ſemicirculi, erunt in eadem ratione. Quare colligendo, erunt omnia quadrata N D, ad omnia quadrata exceſſus, cum illis duplis omnibus rectangulis ſub omnibus lineis exceſſus, & ſub omnibus ſinibus: nempe omnes circuli N D, ad omnes armillas ex omnibus lineis exceſſus reuolutis circa B D: nempe cylindrus ex N D, circa B D, ad ſolidum ex exceſſu F M B E D, circa B D, vt quadratum F D, ad quadratum Q D, vnà cum duplo exceſſu quadrati Q D, ſupra quadratum R D. Quod &c.

SCHO-

SCHOLIVM I.

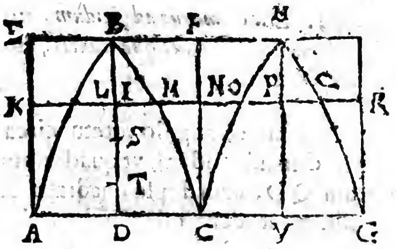
Facilè ergo deducetur, eſſe cylindrum ad totum ſolidum ex ſemicycloide vt quadratum FD, ad dicta plana, vnà cum ſubſeſquialtero quadrati RD. Nam cylindrus ex ND, eſt ad ſphæram ex ſemicirculo, vt quadratum FD, ad ſubſeſquialterum quadrati ſemidiametri; nempe RD.

SCHOLIVM II.

Intelligimus aſſignare etiam rationem, quam habet cylindrus ex ND, ad ſolidum ex exceſſu FMBED, reuoluto circa NF. Similes rationes cylindrorum ad ſolida ſæpe ſæpius deducta fuerunt in noſtris operibus ex propoſit. 29. & 30. miſcell. hyperb. Hæc doctrina ad facilius commodum eſt reducenda, vt ipſa, quando opus fuerit, aptius in poſterum vti poſſimus.

PROPOSITIO LV.

Si cuilibet ſemifiguræ circa axim, ſit circumſcriptum rectangulum, quod cum ipſa rotetur circa duo latera oppoſita. Erit cylindrus ad ambo ſolida ſimul, vt dimidium rectanguli, ad ipſam ſemifiguram.



SEmifigura D B C, circa axim B D, cum D F, rectangulo ſibi circumſcripto rotetur circa F C, & B C, latera oppoſita rectanguli: Dico vnicum cylindrum D H, eſſe ad ambo ſolida ABC, DBCHV, vt dimidium D F, ad ipſam DBC, ſemifiguram. Nam ſi figura ſit integra ABC, & rotatio fiat circa FC: cylindrus E G, erit ad ſolidum A B C H G; nempe ad duo ſolida A B C, & ad duo DBCHV., ex propoſit. 30. citat. miſcell. vt rectangulum E C, ad figuram A B C, ex propoſit. 29. dicti miſcell. Ergo cylindrus D H, quarta pars cylindri E G, erit ad vnicum ſolidum A B C, cum vnico D B C H V, vt dimidium rectanguli D F, ad ſemifiguram D B C. Quod erat oſtendendum.

PROPOSITIO LVI.

Si exceſſus ſemicycloidis ſupra ſemicirculum genitorem, cum

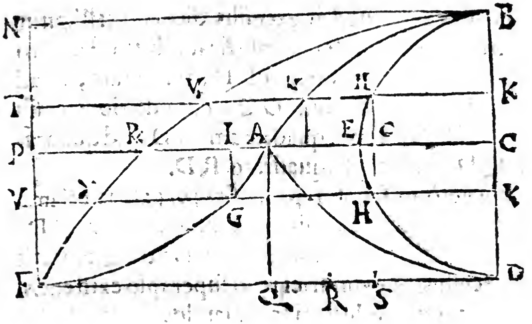
rectangulo ſibi circumſcripto, rotetur circa latus ipſius axi parallelum. Erit cylindrus ad ſolidum, vt quadratum baſis, ad quadratum arcus quadrantis, vnà cum duplo quadrato ſemidiametri.

EXceſſus cum rectangulo rotetur circa NF. Erit cylindrus ad ſolidum, vt quadratum FD, ad quadratum QD, cum duplo quadrato RD. Nam ex propoſit. antecedent. eſt cylindrus ad ambo ſolida ex exceſſu tam circa NF, quam circa BD, vt dimidium rectanguli ND, ad exceſſum: nempe, vt æquale, ad æquale, vt faciliſſimè poteſt deduci ex propoſit. 41. Cum verò ex propoſit. 54. ſit cylindrus ad ſolidum ex exceſſu circa BD, reuoluto, vt quadratum FD, ad quadratum QD, cum duplo exceſſu quadrati QD, ſupra quadratum RD. Erit cylindrus ad ſolidum ex exceſſu circa NF, vt quadratum FD, ad ſui reliquum: nempe ad quadratum QD, cum duplo quadrato RD. Quod &c.

SCHOLIVM I.

Ex progreſſu demonſtrationis patuit, cylindrum ex ND, ſiue circa BD, ſiue circa NF, reuoluto, æqualem eſſe ambobus ſolidis ſimul ex exceſſu FMBED, reuoluto tam circa BD, quam circa NF. Cum verò idem cylindrus ex ND, ſit etiam æqualis ambobus ſolidis ex quarta FABD, reuoluta eodem modo, vt patuit in propoſit. 26. & in ſcholijs eiuſdem.

Ergo



Ergo duo ſolida ex exceſſu ſemicycloidis, erunt æqualia duobus ſolidis ex quarta. Quare non modò exceſſus æquatur quartæ, ſed etiam ſolida ambo ſunt æqualia ambobus.

SCHOLIVM II.

Sed ex propoſit. præſenti, & ex propoſit. 54. poſſumus nonnulla deducere. Primum eſt, cubationes truncorum cylindrici exiſtentis ſuper dicto exceſſu, reſecti plano tranſeunte per D B, & per latus oppoſitum ipſi N F.

Secundum eſt, quod ſolidum ex dicto exceſſu circa B D, erit ad ſolidum ex eodem circa N F, vt quadratum Q D, cum duplo exceſſu quadrati Q D, ſupra

X 2 qua-

quadratum R D, ad quadratum Q D, cum duplo quadrato R D.

Tertium eſt, quod ſi exceſſus dictus intelligatur appenſus ſecundum F D; ipſa ſic ſecabitur à centro æquilibrij exceſſus, vt pars ad D, terminata, ſit ad reliquam, vt quadratum D Q, cum duplo exceſſu quadrati Q D, ſupra quadratum R D, ad quadratum Q D, cum duplo quadrato R D.

Cum verò ex ſchol. 1. propoſit. 39. pateat etiam centrum æquilibrij exceſſus appenſi ſecundum B D: patebunt etiam modi inueniendi centra grauitatis dicti exceſſus, & cylindrici recti ſuper ipſo exiſtentis. Quos relinquimus lectori ſpeculandos.

Quartum eſt, quod ſi exceſſus intelligatur duplicatus vel ad partes F D, vel ad partes N B, & rotationes fieri, ſecundum modum pluribus vicibus explicatum, ad generandos annulos ſtrictos, & latos. Omnium annulorum ſic genitorum, in axibus eorum centra grauitatis nota erunt.

DE

DE SVPERFICIE VNGVLÆ.

SECTIO QVARTA.

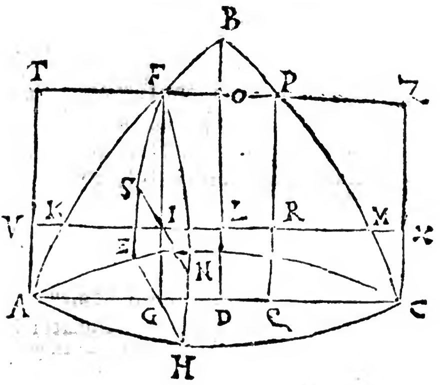
IN prima parte Miſcell. noſtri Geometr. explicauimus doctrinam quandam, ex qua deduximus menſuram, & centra grauitatis quampluſium ſolidorum à Geometria, ad noſtra tempora vſque, nondùm conſideratorum. Hæc verò ſolida ortum duxerunt ex reuolutione quarundam dimidiarum figurarum circa axim,& circa ipſum reuolutarum;quarum, vt plurimum, & naturam, & quadraturam, & tunc temporis, & nunc ignoramus. Porrò quænam ſint huiuſcemodi figuræ, compillauimus in ſchol. propoſit. 25. In præſenti ſectione intelligimus nouas ſimiles figuras explicare, & eas, iam explicatis, addere. Sed quoniam doctrina illa ortum duxit à lemmate 1. deſumpto ex Torricellio in appendice de dimen:

men: Cochleæ, quod tamen lemma illo tempore haud traditum fuit ſecundum totam ſuam amplitudinem, ſicut nec in tota amplitudine eum Torricellius conſiderauit: ideò lemma hoc, ſeù noſtra propoſit. 1. citat. partis miſcell. iterum pertractabitur quoad illam partem, quæ ad noſtrum videtur negotium faceſſere.

PROPOSITIO LVII.

Si quodlibet ſolidum rotundum circa axim ſecetur plano æquidiſtanter axi, erecto figuræ genitrici ſolidi. Annulus latus ex reuolutione partis figuræ genitricis, abſciſſæ à plano ſecante, nec terminata ad axim, circa axim, erit æqualis ſolido rotundo orto ex dimidia figura, genita à plano ſecante, reuoluta circa communem ſectionem plani ſecantis, & figuræ genitricis ſolidi: & hoc tam ſecundum totum, quam ſecundum partes proportionales.

SOlidum rotundum ABC, ſectum ſit plano GFH, æquidiſtanter axi BD, & erecto ad figuram genitricem ABD: & ſemifigura GFH, rotetur circa FG, & generetur ſolidum EFH. Dicimus, hoc æquale fore tam ſecundum totum, quam ſecundum partes proportionales, annulo lato orto ex reuolutione AFG, circa BD. Hæc omnia fusè explicata fuerunt in citat. propoſit. 1. Sed ſolida rotunda ſecanda poſſunt eſſe diuerſæ naturæ. Quorum aliqua conſiderata fuerunt alibi à nobis. In præſenti aliud



ti aliud eſt explicandum, vt vniuerſaliorem cognitionem teneamus.

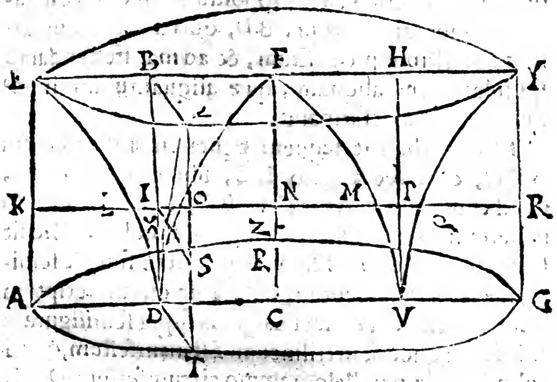
Eſto quælibet ſemifigura A E D, circa axim E A, cum rectangulo ſibi circumſcripto E D, quæ intelligatur duplicata in A E D F C, vt in ſchem: & hæc rotetur circa F C, ad generandum ſolidum A E D F-V Y G: hoc cum cylindro ſibi circumſcripto, ſit ſectum ſemifigura D 2 T, & rectangulo B T, tranſeuntibus per B D, erectis plano A E D, & æquidiſtanter axi F C; & ex reuolutione D 2 T, circa B D, genitum ſit ſolidum. Dico hoc tam ſecundum totum, quam ſecundum partes proportionales æquale fore

annulo

annulo lato orto ex reuolutione ipſius AED, circa FC. Intelligatur etiam ex reuolutione rectanguli BT, circa DB, genitum eſſe cylindrum. Ex citat. propoſit. 1. & ex ſchol. eiuſdem patet, tam cylindrum ex D2, circa DB, æqualem fore annulo ex rectangulo ED, reuoluto circa FC, quam ſolidum ex trilineo DB2, reuoluto circa DB, æquale fore annulo ex DEB, reuoluto circa FC. Quare reliquum ſolidum ex D2T, reuoluta circa DB, erit æquale reliquo annulo ex AED, circa FC. Hæc quidem ſecundum totum.

Sed ſecundum partes proportionales. Sumatur arbitrariè punctum N, & per hoc ducatur kR, parallela AG, ſecans omnia, vt in ſchemate, & BD, in I; perque I, ducatur IXS, parallela DT. Iam ex citat. propoſit. patet, rectangulum kIR, æquale fore quadrato IS: & etiam rectangulum LIQ, æquale fore quadrato IX. Quare reliquum rectangulum kLR (quod infra oſtendetur relinqui detracto rectangulo LIQ, ex rectangulo kIR,) erit æquale exceſſui quadrati IS, ſupra quadratum IX. Quare & armilla circularis orta ex reuolutione kL, circa FC, erit æqualis armillæ circulari ex reuolutione XS, circa BD. Cum verò punctum N; ſumptum fuerit arbitrariè: patet omnes armillas ex AED, circa FC, æquales fore omnibus armillis ex D2T, circa BD. Et conſequenter annulum latum ex AED, circa CF, æqualem fore ſolido ex D2T, circa DB. Quod &c.

Quod



Quod verò aſſumptum fuit, nempe rectangulum KIR, æquale fore rectangulis KLR, LIQ, eſt manifeſtum. Nam rectangulum kIR, diuiditur in rectangula kL, IR; & LIR. Pariter rectangulum LIR, diuiditur in rectangula LIQ; & LI, QR. Quia verò QR, æquatur kL, rectangulum LI, QR, eſt æquale rectangulo kLI. Si ergo ſimul coniungamus rectangula kL, IR; & KLI: habebimus rectangulum kLR.

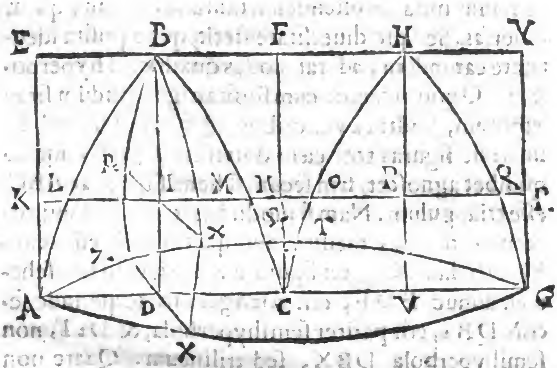
SCHOLIVM I.

Licet ſolidum AEDFVYG, diuiſum ſit plano

tranſeunte per BD; nihilominus vbicunque ſecaretur, ſemper verum eſſet propoſitum. Sectum eſt tamen plano tranſeunte per B D, quia hoc tantum ſufficit ad noſtrum propoſitum, & ad manifeſtandam ſpeculationem aliquam, quæ aliquantulum ingenium noſtrum defatigauit.

Eſto in ſchemat. ſequen: figura circa diametrum A B C, cum rectangulo E C, ſibi circumſcripto, quod cum figura rotetur circa F C, vt ex rectangulo generetur cylindrus, & ex figura annulus. Hic ſit ſectus ſemiplano D B X, vt explicatum fuit, & ſemifiguræ D B X, mente intelligatur circumſcriptum rectangulum, vt exceſſus ipſius ſupra ſemifiguram D B X, ſit quoddam trilineum. Eſt manifeſtum, quod cylindrus ex parallelogrammo circumſcripto DBX, reuoluto circa D B, eſt æqualis tubo cylindrico ex E D, circa F C. Sicuti ſolidum ex DBX, circa D B, eſt æquale annulo lato ex A B D, circa F C. Pariter ſolidum, quod orietur ex trilineo, exceſſu rectanguli circumſcripti D B X, ſupra ipſam circa D B, eſt æquale annulo ex trilineo A E B, circa F C.

Nunc cogitemus figuram A B C, variare ſitum, vt in antecedenti ſchemate, vt A E D, ſit A B D; D F C, ipſa D B C: trilineum E D B, ipſum A E B: & trilineum D B F, ipſum B C F: rectangulum E C, eſſe idem: & fieri rotationem circa F C, vt generentur cylindrus E G, & ſolidum A E D F V Y G, quod cum cylindro ſit ſectum plano faciente in cylindro rectangulum B T; in ſolido ex A E D F C, ſemiplanum



num D 2 T: & in ſolido ex E D F, ſemiplanum, D B 2. Cum B T, ſit æquale rectangulo, quod eſſet circumſcriptum ipſi D B X, & figuræ reuolutæ ſint eędem, ſuboriebatur hęſitatio, an D 2 T, eſſet idem ac D B X: & trilineum D B 2, idem ac trilineum, exceſſus rectanguli circumſcripti D B X, ſupra ipſam. Hæc ſpeculatio nos per aliquod torſit tempus. Nam ſi verificatum fuiſſet figuras eſſe eaſdem, ſed inuerſè poſitas; habebamus modum quadrandi quamplures illarum figurarum, quas in ſchol. propoſit. 25. cit. 1. part. miſcell. geom: propoſuimus geometris ſpeculandas; & omnes in præſenti ſectione proponendas: aſſignandi multa circa illarum centra grauitatis; &

Y 2 ver-

verbo, infinita pulcherrima patefaciendi. Sed ignorabamus modum oſtendendi tam eſſe eaſdem, quam diuerſas. Sed pro diuerſitate ſtetit, quod poſita identitate earundem, aderat modus quadrandi hyperbolam. Quód arcanum cum forſitan ignorandum ſit in æternum, & vltra à viatoribus; ideò firmiter credidimus eſſe figuras toto cælo diuerſas. Quod vtique quilibet agnoſcet, ſi in ſecun. ſchem. ſupponat ABC, eſſe triangulum. Nam ſi modicè erit in Apollonij conicis exercitatus, faciliter percipiet, DBX, eſſe ſemihyperbolam. Cogitet figuram variari, vt in pri. ſchemat. adhuc EDF, erit triangulum: ac perinde ſectio DB 2, erit pariter ſemihyperbola, & D 2 T, non ſemihyperbola DBX, ſed trilineum. Quare non ſunt eædem ſectiones inuersè poſitæ.

Hæc quidem manifeſtanda nobis viſa ſunt antequam vlterius procedamus, & geometris ſpeculandas proponamus alias nouas figuras geometricas, de quibus infra: præſertim, quia in ſequenti digreſſione debemus ſpeculari circa ſolidum AEDFVYG.

DIGRESSIO.

Circa quoddam Galilei Paradoxum, in quo paradoxicè probat, circuli circumferentiam æqualem fore puncto.

GAlileus in poſtremis Dialogis, dialogo 1. pag. apud nos, 28. adducit paradoxum quoddam, in quo paradoxicè probat, circuli circumferentiam æqua-

æqualem fore puncto. Vt hoc oſtendat vtitur ſcaphio cylindrico, & cono: & oſtendit circumferentiam, quæ eſt vltimus ſcaphij terminus, æqualem fore vertici coni. De hoc paradoxo ſcripſimus & nos, varijs in locis librorum, quos aliquando mundo communicauimus. Paradoxum hoc non modicè deturbauit P. Marium Bettinum: vndè pro ſumma, qua erga geometricos Tyrones ardebat charitate, ad euitandos ſcopulos illos, qui illis poſſent naufragium parere, admonet eis cautè procedendum fore. Sed antequam monitum illius conſideremus, nequimus facere quin ingenuè non manifeſtemus admirationem illam, quam in nobis peperit §. 3. ad defin. 1. lib. 1. Elem. quod ponitur in tom. 1. Ærarij philoſoph. Mathem. pag. 30. Galileus in loco citat. pag. 30. loqui velens de celeberrimo geometra Luca Valerio, adducit verba ſequentia. *Quanto poi all' altra parte laſceremo per hora la demoſtratione, ſi perche volendola noi vedere la troueremo nella duodecima Propoſitione del Libro ſecondo* de Centro Grauitatis Solidorum *poſta dal S. Luca Valerio nouo Archimede dell' età noſtra*, &c. Hæc laus qua, nec ſufficienter eximiæ virtuti, Galileus decorauit immenſa merita erga Geometriam Lucæ Valerij, nares offendit Bettini. Vnde in loco citat. ait. *Lucas Valerius acutiſſimus noſtri æui Geometra (non autem Archimedes, vt aliqui ſcripſere hallucinati) & nullo antiquorum inferior*, &c. Aſt pace tua Bettine, hæc nobis videntur minus rectè dicta. Quid ni? Cogitas forſitan Galileum, & alios hallucinatos fuiſſe, exiſtimantes Archi-

chimedem illum Syracuſanum adeò Romanis infenſum, & ab impijs Appij, & Marci Marcelli militibus necatum, denuò reuixiſſe, & inimicis Romanis matheſim expoſuiſſe? Sed ſicuti haud nobis ſuademus, te adeò hallucinatum fuiſſe, vt credas alios ſic hallucinatos eſſe: ſic tuis verbis intentum minimè es aſſecutus. Nam ſi tua verba maturius penſitemus, videbimus, tè vel coactè excellentioribus laudibus Lucam Valerium extulliſſe. Siquidem, ſi eſt *nullo antiquorum inferior*, ergo vel antiquos ſuperat, vel ſaltem eis ſimilis extat. Sufficiebat autem Galileo ipſum parem facere Archimedi (& hoc ſufficiebat Lucæ Valerio ipſimet) non autem alijs: & quidem rationabilius, quam tu facis. Namque, quomodo Lucam Valerium comparabimus cum Apollonio Pergeo, ſi ipſe de ſectionibus conicis nunquam ſcripſit? Potius cum Apollonio conferremus Claudium Mydorgium. At Lucam Valerium cum Archimede. Sicuti namque Archimedes fuit inſigniſſimus Steriometra: doctrinam de centro grauitatis fundauit: Parabolam quadrauit: &c. Sic Lucas Valerius miriſſimè ſteriometriam proſecutus eſt: innumera ſuperaddidit doctrinæ Archimedis de centro grauitatis; Parabolam quadrauit: &c. Sed omiſſis his, ad paradoxum reddeamus.

Quia hoc deturbauit Bettinum, admonet Tyronibus cautè procedendum eſſe, tam in loco citat. & infra, quam in tom. 3. par. 9. geom. ſchol. 1. vt ibidem licet intueri. Dicit ergo, paradoxum intelligendum

eſſe

eſſe phyſicè, non geometricè: ita vt circumferentia poſſit æquari puncto phyſicè, non geometricè. Quod ſi paradoxum geometricè intelligatur procedere, eſt falſiſſimum; namque eſt contra 31. Def. lib. 5. Elem. & contra ſcholia, quibus Bettinus eam cumulauit. Sed hæc Bettini reſponſio nobis videtur nulla. Siquidem hoc eſt illud, quod paradoxum deſtruere intelligit; paradoxicè aſſerendo, circumferentiam æqualem fore puncto. Nimirum, nec omnem proportionem eſſe duarum magnitudinum eiuſdem generis quatenus ad quantitatem pertinet, mutuam quandam habitudinem: ſed proportionem poſſe etiam reperiri inter magnitudinem, & punctum, quod eſt initium magnitudinis: nec dumtaxat proportionem habere magnitudines, quæ multiplicatæ ſe inuicem ſuperare poſſunt: ſed proportionem reperiri etiam inter ea, quæ multiplicata ſe inuicem ſuperare non poſſunt. Siquidem quomodocunque multiplicatis punctis, non ſuperatur linea; & attamen inter lineam, & punctum intercedit proportio æqualitatis. Cùm ergo paradoxum contra duas definitiones Euclidis procedat, & ad eas deſtruendas; reſpondere argumentis, quibus hoc Galileus paradoxicè probat, ipſa eſſe falſa, aliud non videtur quam reſpondendo ſic principium peti, & nihil ad propoſitum adduci, Sicuti nec ad propoſitum faciunt, quæ nos contra paradoxum Galilei adduximus in ſchol. 2. propoſit. 30. miſcell. hyperb. probantes, quod methodo Galilei procedendo, probetur, circumferentiam æqualem

lem fore duabus circumferentijs, quarum etiam vnaquæque eſſet ipſi æqualis, & inſuper duobus punctis. Ad hæc & ad illa Bettini forſitan reſponderet Galileus: inconueniens adducere, non eſſe inconueniens ſoluere: & hoc illud eſſe, quod intelligit probare.

Sed etiam alia de cauſa, videntur reſpònſiones, & Bettini, & noſtræ nihil concludere. Tunc enim illa Bettini videretur fortaſſis aliquid ad negotium faceſſere, quando arguendo illa methodo, probaretur ſemper circumferentiam æqualem fore puncto. Pariter noſtra forſitan aliquid valeret, quando ſemper concluderetur, circumferentiam æqualem fore duabus circumferentijs, quarum vnaquæque ſingillatim eſſet ipſi æqualis, &c. At ſi vna, & eadem methodo arguendi, nunc oſtenditur circumferentia æqualis puncto: nunc æqualis duabus circumferentijs ſibi æqualibus ſeorſim ſumptis, ac proinde ſimul ſumptis, ipſa maioribus: nunc æqualis circumferentiæ minori; quid ad negotium facient Defin. 4. & 5. lib. 5. Elem? Vnus, & idem effectus, ab vna cauſa debet procedere. Vndè cum ſemper illo modo arguendi concludatur, quod videtur abſurdum; cauſa falſitatis peti debet ex modo procedendi; & non ex peculiari abſurdo, quod videtur concludi.

Sed quoniam ſupra diximus, arguendo eodem modo, probari poſſe circumferentiam circuli modò æqualem puncto; modò circumferentijs maioribus: modò

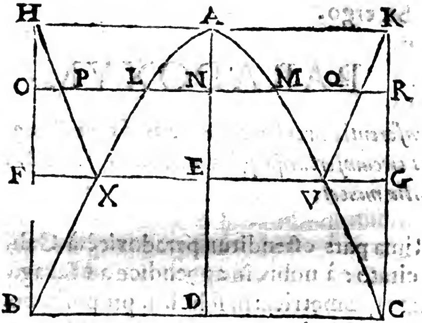
modò circumferentiæ minori; hoc nunc explicabitur. Sit ergo.

PARADOXVM.

Circumferentia circuli poteſt eſſe æqualis puncto: æqualis duabus circumferentijs ipſa maioribus: & æqualis circumferentiæ minori.

PRima pars oſtenditur paradoxicè à Galileo loco citato: à nobis in appendice ad ſexaginta problemata geometrica: in ſchol. 3. propoſit. 10. miſcel. hyperb. in ſchol. 3. propoſit. 18. eiuſdem miſcell. & in ſchol. 1. propoſit. 1. miſcell. geometrici. Hanc nunc oſtendemus illo, eodemue modo, quo ipſa oſtenſa fuit in append: ad ſexag: probl. geom: Sed vicè conoidis parabolici quadratici, & exceſſus cylindri ipſi circumſcripti, ſubrogando ſolidum ortum ex ſuperficie vngulæ rotata circa axim, & exceſſum cylindri ipſi circumſcripti, ſupra ipſum.

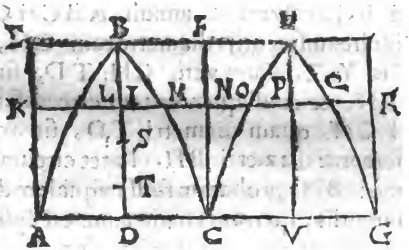
Supponamus ergo BAD, eſſe ſuperficiem Vngulæ cuius axis AD; & hanc cum rectangulo HD, ſibi circumſcripto rotari circa AD. Secetur AD, bifariam in E, & per E, agatur planum ſeù circulus cuius diameter FG, parallelus BDC: mente concipiamus cylindrum FC, cum fruſto BXVC, locari, vt baſis BDC, ſit ſupra HAk; punctum D, ſit in A, & linea DE, ſit ſuper EA, & ſumatur in AE, quodlibet punctum N, per quod agatur

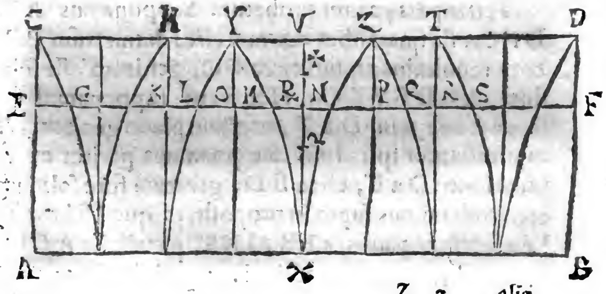


circulus diametri OR, parallelus FEG, ſecans truncum HXVk, & XAV, vt in ſchemate. Quoniam punctum N, æque remote diſtat tam ab A, vertice ſolidi XAV, quam ab A, vt eſt centrum baſis HAK, trunci HXVk: ergo ex propoſit. 7. quadrata PN, LN, erunt æqualia quadrato ON. Quare communi ablato quadrato PN, rectangulum OPR, erit æquale quadrato LN. Quare etiam armilla circularis orta ex reuolutione OP, circa AE, erit æqualis circulo radij LN. Et cum hoc ſemper verum ſit vbicunque ſumatur punctum N: ſequitur, quod cum magis, magiſque appropinquando puncto A, deueniatur ad circumferentiam deſcriptam à puncto H, reuoluto circa AE, & ad ipſum punctum A; ipſam circumferentiam æqualem fore puncto A.

Secun-

Secunda pars probatur in ſchol. 2. propoſit. 30. miſcell. hyperb. Nam ibi ſupponimus ABC, eſſe quamlibet figuram circa diametrum BD, & ipſam rotari circa FC, ad generandum annulum ABC-HG; quem probauimus æqualem tam ſecundum totum, quam ſecundum partes proportionales quatuor ſolidis diſpoſitis, vt in ſecundo ſchemate, ſic, vt duo ſint, quæ oriantur ex ſemifigura ABD, circa BD,

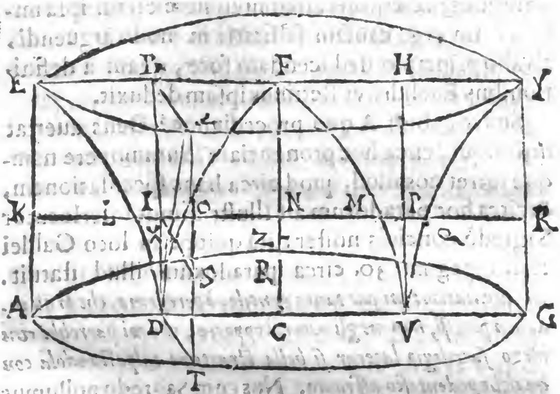




alia duo circa E A. Et probauimus ſic eſſe eis æquale, vt ſi ſumantur F N, V N, æquales, & traiciantur plana K R, E F, parallela circulis A C G, A X B: armillam circularem L M Q, æqualem fore duabus armillis circularibus, & duobus circulis in quatuor ſolidis: nimirum armillæ E G k; circulis L O M, N P Q; & armillæ R S F. Cumque hoc ſemper verum ſit; & magis appropinquando ipſis F, V, deueniatur ad F, & V. Ergo etiam extrema horum ſolidorum erunt æqualia. Quare circumferentia diametri B H, extremitas annuli A B C H G, erit æqualis circumferentijs diametrorum C H, T D, & punctis Y, Z. Cum verò C H, T D, ſint æquales ipſi B H, & conſequenter tam circumferentia diametri C H, quam diametri T D, ſit æqualis circumferentiæ diametri B H. Patet circumferentiam diametri B H, probatam fuiſſe æqualem duabus circumferentijs, quarum vnaquæque eſt ipſi æqualis. Ac proinde, vtraque ſimul ipſa maior.

Tertia pars pariter probatur. *Supponamus* A E D F C, eſſe quamlibet figuram circa diametrum B D, & ex reuolutione ipſius circa F C, genitum eſſe ſolidum A E D F V Y G. Hoc verò ſupponamus ſectum ſemifigura D 2 T, erectam plano genitori, & æquidiſtanter ipſi F C. Supponamus pariter ex reuolutione D 2 T, circa B D, genitum fore ſolidum &c. Probauimus ſupra in propoſit. 57. quod ſi hæc ſolida ſecentur planis k L R, I X S, parallelis A C G, D, armillam circularem k L R, æqualem eſſe armillæ

ex



ex X S, circa B D. Cum ergo hoc ſemper verum ſit: etiam extremitates horum ſolidorum erunt æquales: nempe circumferentia deſcripta à puncto E, circa F C, erit æqualis circumferentiæ deſcriptæ à puncto 2, circa B D. Sed cnm B2, ſit media proportionalis inter E B, & eius triplam B Y; erit minor eius dupla E F. Cum ergo ſit circnmferentia ſemidiametri E F, ad circumferentiam ſemidiametri B 2, vt E F, ad B 2: ſequitur circumferentiam puncti E, maiorem eſſe circumferentia puncti 2. cui etiam probata fuit æqualis.

En ergo qualiter illa, eademque methodo Galilei, non ſolum probata fuerit circumferentia puncto æ-

qua-

qualis; ſed æqualis duabus circumferentijs ipſa ſimul maioribus; & æqualis circumferentiæ etiam ipſa minori. En ergo cauſam falſitatis in modo arguendi, ab alio principio deducendam fore, quam à definitionibns Euclidis, vt Bettinus ipſam deduxit.

Sed rogabis; A quo procedit hoc? Deus auertat nos aliquid circa hoc pronunciare. Summopere namque terret nos illud, quod circa hanc ſpeculationem, & circa hoc paradoxum ait Illuſtriſſimus Interlocutor Sagredò conciuis noſter: ità quippe in loco Galilei citato pagina 30. circa paradoxum illud ſtatuit. *La ſpeculatione mi par tanto gentile, è peregrina, che io quando ben poteſſi, non me gli vorrei opporre, che mi parrebbe vn mezo ſacrilegio lacerar ſi bella ſtruttura calpeſtandola con qualche pedenteſco affronto.* Nos cum Sagredo nollumus vllum habere iurgium. Præcipuè, quia illius nobiliſſimam familiam maximopere veneramur. Ac præſertim Illuſtriſſimo, & Eccellentiſſimo Nicolao Sagredo Diui Marci Procuratori eius Nepoti, ingenuè fatemur, nos plurimum debere; vel hoc vno ſolum, quia ipſe eſt inter pauciſſimos vnus, qui Matheſim quamplurimum facit. Nec elucubrationes geometricas cachinnis, & ſibilis recipit, vt plerique faciunt. Geometriam exiſtimat in quocunque ſit: nec ipſi eam graueolentem reddit indumentum quodcunque. Sed ordinem propoſitionum ſequamur.

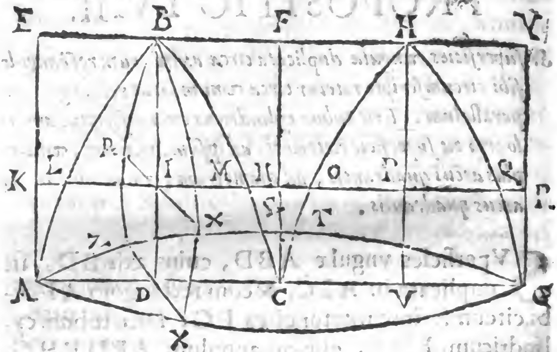
PRO-

PROPOSITIO LVIII.

Si ſuperficies vngulæ duplicata circa axim, cum rectangulo ſibi circumſcripto rotetur circa vnum latus rectanguli axi parallelum. Erit tubus cylindricus circumſcriptus annulo orto ex ſuperficie exteriori, ad ipſum annulum, vt triplus arcus quadrantis, ad diametrum, vna cum dimidio arcus quadrantis.

SVperficies vngulæ ABD, cuius axis BD, ſit duplicata in ABC, & cum rectangulo AF, ſibi circumſcripto rotetur circa FC. Dico tubum cylindricum EDY, eſſe ad annulum ABDVHG, ortum ex reuolutione ABD, circa FC, vt tripla BD, ſeù FC, quæ eſt æqualis arcui quadrantis, ad diametrum circuli, vna cum dimidia FC. Supponatur CS, dimidia FC, & NC, æqualis ſemidiametro. Ex ſchol. propoſit. 12. eſt totus cylindrus EG, ad totum annulum ABCHG, vt arcus quadrantis ad ſemidiametrum: nempe, vt FC, ad CN: nempe, vt quadrupla FC, ad quadruplam CN. Ex propoſit. 13. eſt cylindrus DH, ad ſolidum DBCHV, vt FC, arcus quadrantis, ad exceſſum diametri ſupra CS: nempe ad CN, NS. Ergo reliquus tubus cylindricus EDY, erit ad reliquum annulum ABDVHG, vt tripla FC, ad duplam CN, cum CS. Quod erat oſtendendum.

SCHO-



SCHOLIVM.

Sed annulus ABCHG, intelligatur ſectus ſemiſigura DBX, erecta ſuperficiei ABC, & æquidiſtanter FC: & intelligamus figuram DBX, rotari cum rectangulo ſibi circumſcripto circa BD. Ex doctrinis ſuſiſſimè explicatis in propoſit. 1. part. 1. miſcell. geom: & in ſcholijs ejuſdem patet, eſſe tubum ad annulnm, vt cylindrus circumſcriptus ſolido ad ipſum, & hoc tam ſecundum totum, quam ſecundum partes proportionales. Quare etiam patebit, cylindrum circumſcriptum ſolido ZBX, eſſe ad ipſum

ſum, vt triplus arcus quadrantis, ad diametrum, vnà cum dimidio arcus quadrantis. Seù ad pauciora reducendo, vt arcus quadrantis, ad ſubſeſquialteram ſemidiametri, vnà cum ſexta parte arcus quadrantis.

PROPOSITIO LIX.

Annuli propoſit. antecedent. poſſumus aſſignare in ipſius axi centrum grauitatis.

QVod enim annuli ABDVHG, poſſimus in FC, aſſignare centrum grauitatis, ſic patebit. Supponamus FS, æqualem ſemidiametro. Ergo ex numero 1. propoſit. 25. erit S, centrum grauitatis totius annuli ABCHG. Pariter ex propoſit. 36. ſit inuentum T, centrum grauitatis ſolidi DBCHV. Si fiat reciprocè, vt annulus ABDVHG, ad ſolidum DBCHV, ſic TS, ad SN; nempe ſic arcus quadrantis, cum exceſſu diametri ſupra dimidium arcus quadrantis, ad hunc exceſſum, ex ſchol. 2. propoſit. 15. Erit innentum N, centrum grauitatis annuli dicti. Quod &c.

SCHOLIVM.

Cumque hìc annulus ſit proportionaliter analogus cum ſolido ZBX. Erit etiam inuentum I, centrum grauitatis illius ſolidi.

Aa So-

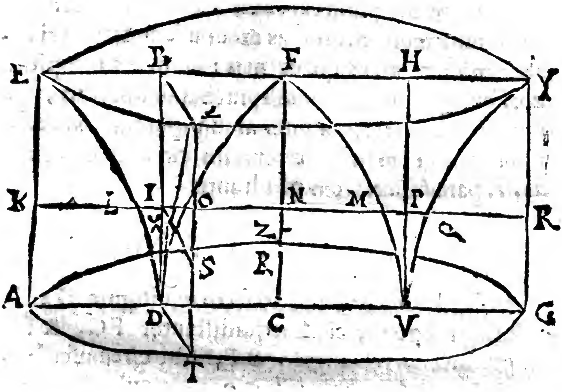
Solidi ergo ex ſemifigura DBX, reuoluta circa DB, aſſignauimus & menſuram, & in axi DB, centrum grauitatis. Sed ipſius ſemifiguræ DBX, ignoramus & naturam, & conditionem; ſicuti & reliqua, quæ ex ipſa poſſunt deduci. Quapropter eſt reponenda inter catalogum illarum figurarum, quas propoſuimus geometris ſpeculandas in ſchol. propoſit. 25. 1. part. miſcell. geom.

PROPOSITIO LX.

Si ſuperficies vngulæ ſit quidem duplicata circa axim, ſed inuersè poſita, & hæc cum rectangulo circumſcripto intelligatur rotari circa latus, quod erit axis vnius ſuperficiei. Erit tubus cylindricus circumſcriptus annulo orto ex ſuperficie exteriori, ad ipſum annulum, vt triplus arcus quadrantis, ad triplum ſemidiametrum, vnà cum exceſſu ſemidiametri ſupra dimidium arcus quadrantis.

SVperficies vngulæ AED, cuius axis EA, ſit duplicata in AEDFC; & hæc cum rectangulo EC, rotetur circa FC. Dico tubum cylindricum EDY, eſſe ad annulum AEDVYG, vt triplus FC, arcus quadrantis, ad triplum ſemidiametrum, vna cum exceſſu ſemidiametri ſupra dimidium arcus quadrantis.

Patet faciliter, quia, vt in propoſit. 58. deducemus, eſſe totum cylindrum EG, ad totum ſolidum AEDFVYG, ex ſchol. propoſit. 12. vt arcus quadran-



drantis,ad ſemidiametrum:ſeu vt quadruplus arcus, ad quadruplum ſemidiametrum. Sed ex propoſit. 11. eſt cylindrus DH, ad ſolidum DFV, vt arcus quadrantis,ad ſui dimidium. Ergo tubus cylindricus ADY, reliquus, erit ad reliquum ſolidum AEDVYG, vt triplus arcus quadrantis, ad triplum ſemidiametrum,vnà cum exceſſu ſemidiametri,ſupra dimidium arcus quadrantis. Quod &c.

COROLLARIVM.

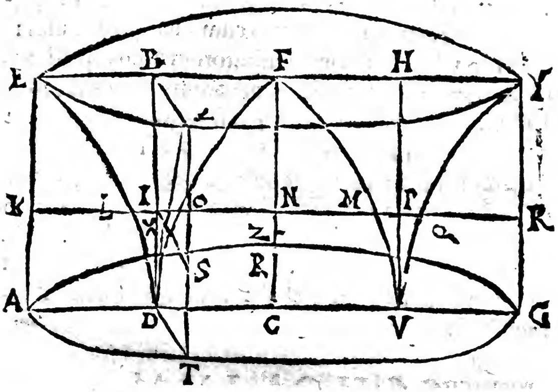
Ergo etiam per conuerſionem rationis, erit idem tubus cylindricus ad annulum ortum ex reuolutione

trilinei EDB, reuoluti circa FC, vt triplus arcus quadrantis, ad triplum exceſſum arcus quadrantis, ſupra ſemidiametrum, minus exceſſu ſemidiametri ſupra dimidium arcus quadrantis: nempe ad duplum exceſſum arcus quadrantis ſupra ſemidiametrum, vnà cum exceſſu differentiæ inter arcum quadrantis, & ſemidiametrum, ſupra differentiam inter ſemidiametrum, & dimidium arcus quadrantis.

SCHOLIVM.

Sed ſolido dicto intellecto ſecto ſemifigura D 2 T, erecta figuræ genitrici, & æquidiſtanter FC, & ſemifiguram cum rectangulo BT, ſibi circumſcripto rotari circa BD; habebibus pariter cylindrum ex BT, eſſe ad ſolidum ex D 2 T, vt triplus arcus quadrantis, ad triplum ſemidiametrum, vnà cum exceſſu ipſius ſemidiametri ſupra dimidium arcus quadrantis. Et reducendo terminos ad minores, vt arcus quadrantis, ad ſemidiametrum, vnà cum tertia parte exceſſus ipſius ſupra dimidium arcus quadrantis.

Item per conuerſionem rationis, erit cylindrus ex BT, ad ſolidum, quod oritur ex reuolutione trilinei BD 2, circa BD, vt triplus arcus quadrantis, ad duplam differentiam inter arcum quadrantis, & ſemidiametrum, vnà cum exceſſu dictæ differentiæ ſupra differentiam inter ſemidiametrum, & dimidium arcus quadrantis. Reducendoque terminos ad minores,



nores, vt arcus quadrantis, ad ſubſeſquialteram differentiæ inter arcum quadrantis, & ſemidiametrum, vnà cum tertia parte exceſſus differentiæ dictæ, ſupra illam, quę eſt inter ſemidiametrum, & dimidium arcus quadrantis.

PROPOSITIO LXI.

Annuli propoſit. antecedent. poſſumus centrum grauitatis aſſignare in ipſius axi.

NAm ſi FZ, ſit æqualis ſemidiametro, patebit ex numero 2. propoſit. 25. eſſe Z, centrum gra-

grauitatis totius ſolidi AEDFVYG. Pariter ſit ſic ſecta FC, in ℞, vt ſit F℞, ad ℞C, vt quadratum arcus quadrantis, vnà cum quadrato ſemidiametri, ad differentiam quadratorum arcus quadrantis, & ſemidiametri: erit ℞, centrum grauitatis ſolidi DFV. ex ſchol. propoſit. 35. ſi ergo fiat reciprocè ℞Z, ad ZN, vt annulus AEDVYG, ad ſolidum DFV; nempe, vt ſeſquialter diametri, vnà cum differentia inter ſemidiametrum, & dimidium arcus quadrantis, ad dimidium arcus quadrantis: vt elicitur ex progreſſu propoſit. 13. erit N, centrum grauitatis annuli AEDVYG. Quod erit inueniendum.

SCHOLIVM.

Sed cum ſolidum ex D2T, circa BD, ſit proportionaliter analogum cum dicto annulo; ſi ſic ſecetur BD, in I, vt eſt ſecta FC, in N: inuentum etiam erit centrum grauitatis dicti ſolidi.

Quare cum ſciamus etiam medium punctum BD, eſſe centrum grauitatis cylindri ex BT: & non ignoremus rationem ſolidi ex D2T, ad ſolidum ex DB2: habebimus in BD, centrum grauitatis dicti ſolidi ex DB2.

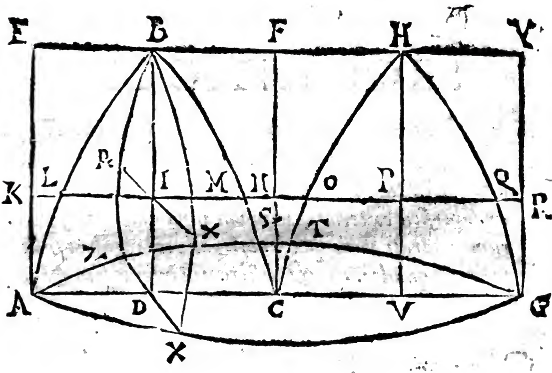
Solidi ergo ex D2T, agnouimus & menſuram, & centrum grauitatis. Ignoramus autem & quadraturam, & naturam, & alia, quæ poſſunt oriri ex ipſa ſemifigura D2T, vel ex trilineo BD2. Proponatur

tur ergo cum reliquis ſchol. propoſit. 25. part. 1. miſcell. geom. alijs ſpeculanda.

PROPOSITIO LXII.

Si ſuperficies vngulæ duplicata circa baſim, cum rectangulo circumſcripto rotetur circa latus rectanguli baſi parallelum. Erit tubus cylindricus circumſcriptus annulo orto ex ſuperficie exteriori, ad ipſum annulum, vt ſeſquialterum quadrati arcus quadrantis, ad rectangulum ſub compoſita ex quadrantis, & differentia inter ipſum, & ſemidiametrum, & ſub ſemidiametro.

SVperficies vngulæ ABD, cuius axis AD, baſis BD, ſit duplicata in ABC, circa baſim BD: & hæc cum rectangulo EC, rotetur circa FC. Dico tubum cylindricum EDY, eſſe ad annulum ABDVHG, vt ſeſquialterum quadrati arcus quadrantis, ad rectangulum ſub ſemidiametro, & ſub compoſita ex arcu quadrantis, & ex differentia inter ipſum, & ſemidiametrum. Cylindrus EG, eſt ad ſolidum ABCHG, ex ſchol. 1. propoſit. 12. num. 3. vt arcus quadrantis ad ſemidiametrum: nempe, vt duplum quadratum arcus quadrantis, ad rectangulum ſub ſemidiametro, & ſub duplo arcu quadrantis. Sed ex ſec. part. propoſit. 23. eſt cylindrus DH, quarta pars cylindri EG, ad ſolidum DBCHV, vt dimidium quadratum arcus quadrantis, ad quadratum ſemidiametri. Ergo reliquus tubus cylindricus EDY,



EDY, erit ad reliquum ſolidum ABDVHG, vt ſeſquialterum quadrati arcus quadrantis, ad rectangulum ſub ſemidiametro, & ſub arcu quadrantis, vnà cum rectangulo ſub ſemidiametro, & ſub differentia inter arcum quadrantis, & ſemidiametrum (vnum enim rectangulum ſub arcu quadrantis, & ſub ſemidiametro diuiditur in quadratum ſemidiametri, & in rectangulum ſub ſemidiametro, & ſub differentia inter arcum quadrantis, & ſemidiametrum;) nempe ad rectangulum ſub ſemidiametro, vt ſub compoſita ex arcu quadrantis, & ex differentia inter arcum quadrantis, & ſemidiametrum. Quod &c.

SCHO-

SCHOLIVM.

Solidum ſit ſectum ſemifigura DBX, erecta plano genitori, & æquidiſtanter FC; & DBX, cum rectangulo ſibi circumſcripto rotetur circa DB. Etiam talis cylindrus ad ſolidum genitum, erit in dicta ratione.

Solidi ergo ZBX, habemus menſuram: non tamen eius habemus centrum grauitatis: quia in ſuperioribus non adinuenimus centrum grauitatis ſolidi orti ex reuolutione ſuperficiei vngulæ circa baſim. Conditionem, quadraturam, & reliqua ſemifiguræ DBX, ignorantes, remittimus eam ad alias numeratas in ſchol. propoſit. 25. cit.

PROPOSITIO LXIII.

Si ſuperficies vngulæ ſit quidem duplicata circa baſim, ſed inuersè poſita, & hæc cum rectangulo circumſcripto intelligatur rotari circa latus, quod erit baſis vnius ſuperficiei. Erit tubus cylindricus circumſcriptus annulo orto ex ſuperficie exteriori, ad ipſum annulum, vt ſeſquialterum quadrati arcus quadrantis, ad rectangulum ſub arcu quadrantis, & ſub ſemidiametro, vnà cum quadrato ſemidiametri.

SIt ſuperficies vngulæ AED, cuius baſis AE, axis AD, & hæc ſit duplicata in AEDFC;

Bb &

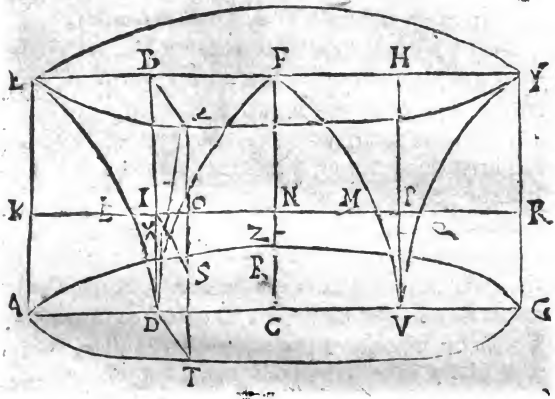
& cum rectangulo EC, ſibi circumſcripto rotetur circa FC. Dico tubum cylindricum EDY, eſſe ad annulum AEDVYG, in dicta ratione.

Nam ex numero 2. ſchol. 1. propoſit. 12. eſt cylindrus EG, ad totum ſolidum AEDFVYG, vt arcus quadrantis ad ſemidiametrum: nempe, vt duplum quadratum arcus quadrantis, ad duplum rectangulum ſub arcu quadrantis, & ſub ſemidiametro. Sed cylindrus DH, ſubquadruplus cylindri EG, eſt ad ſolidum DFV, ex prim. part. propoſit. 23. vt dimidium quadrati arcus quadrantis, ad rectangulum ſub differentia inter arcum quadrantis, & ſemidiametrum, & ſub ſemidiametro. Ergo reliquus tubus cylindricus EDY, erit ad reliquum annulum AED-VYG, vt reliquum ad reliquum: nempe, vt ſeſquialterum quadrati arcus quadrantis, ad rectangulum ſub ſemidiametro, & ſub arcu quadrantis, vnà cum quadrato ſemidiametri. Quod &c.

SCHOLIVM.

Quod ſi ſolidum AEDFVYG, intelligatur ſectum ſemifigura D2T, erecta ſuperficiei genetrici, & æquidiſtanter FC; & D2T, cum rectangulo BT, ſibi circumſcripto rotetur circa BD. Erit cylindrus genitus, ad ſolidum, pariter vt ſexquialterum quadrati arcus quadrantis, ad rectangulum ſub arcu, & ſub ſemidiametro, cum quadrato ſemidiametri. Et per conuerſionem rationis, erit cylindrus ad ſolidum

ortum



ortum ex reuolutione trilinei B D z, circa B D, vt ſeſquialterum quadrati arcus quadrantis, ad ſui exceſſum ſupra conſequens.

Solidorum ergo genitorum ex reuolutione & ſemifiguræ D z T, & D B z, circa BD, tradidimus menſuras. At centra grauitatis nequeunt ex dictis aſſignari; quia nunquam docuimus centra grauitatis ſolidorum ex ſuperficie vngulæ rotata vel circa baſim, vel circa latus rectanguli circumſcripti baſi parallelum. Semifiguræ ergo D z T, non tenemus maiorem notitiam tradita. Non ergo vereatur reponi cum alijs ſchol. propoſit. 25. miſcell. geom. &c.

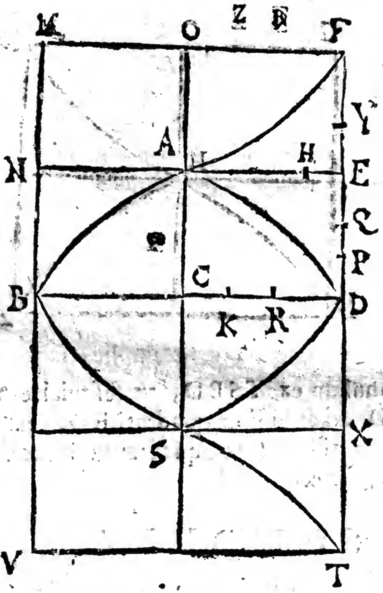
PROPOSITIO LXIV.

Si prima quarta Lilij vngularis duplicata circa baſim, cum rectangulo circumſcripto rotetur circa latus rectanguli baſi parallelum. Erit tubus cylindricus circumſcriptus annulo orto ex quarta exteriori ad ipſum annulum, vt ſeſquialterum quadrati axis quartæ, ad dimidium quadrati axis, vnà cum exceſſu quadrati dimidij axis ſupra quadratum ſemidiametri illius circuli, cuius ſemicircumferentiæ æquatur axis.

PRima quarta Lilij vngularis BAFD, cuius baſis BD, axis FD, ſit duplicata circa baſim BD, in FABST, & hæc cum rectangulo ſibi circumſcripto intelligatur rotari circa MF, vt ex rectangulo generetur cylindrus, & ex quarta ſolidum, quæ mente intelligenda ſunt. Dico tubum cylindricum ortum ex reuolutione rectanguli VD, circa MF, eſſe ad annulum ortum ex quarta exteriori TSBD, reuoluta circa MF, vt ſeſquialterum quadrati FD, ad dimidium quadrati FD, vnà cum exceſſu quadrati ED, dimidiæ FD, ſupra quadratum ſemidiametri circuli cuius ſemiſſi circumferentiæ ſit æqualis FD, & quadranti ipſa ED.

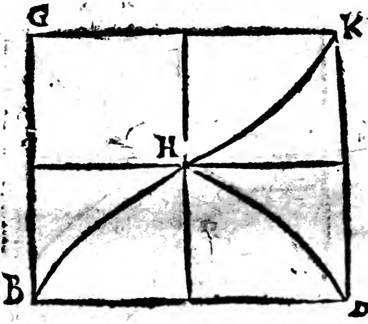
Totum cylindrum ex rectangulo VF, eſſe ad totum ſolidum ex duplicata quarta TSBAF, in ratione dupla, conſtat ex ſchol. 3. prop. 27. Quare cylindrus erit ad ſolidum, vt duplum quadratum FD, ad

quadra-



quadratum FD. At ex corol. prop. 26. & ex eius ſchol. 1. conſtat cylindrum ex DM, ſubquadruplum cylindri ex TM, eſſe ad ſolidum ex quarta BAFD, vt dimidium quadrati FD, ad quadratum ED, cum quadrato ſemidiametri arcus quadrantis ED. Ergo reliquus tubus cylindricus ex VD, erit ad reli-

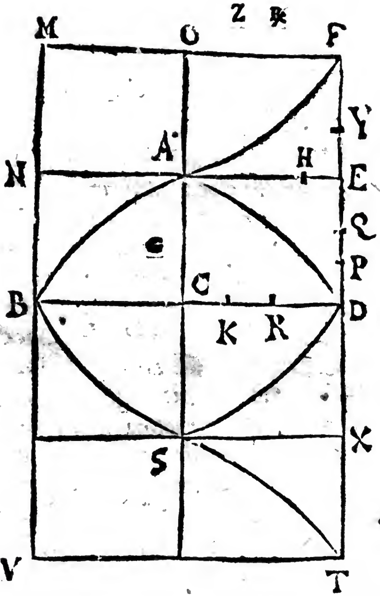
quum



quum annulum ex TSBD, vt ſeſquialterum quadrati FD, ad dimidium quadrati FD, vnà cum exceſſu quadrati ED, ſupra quadratum illius ſemidiametri. Quod &c.

SCHOLIVM.

Sed ad principaliter intentum deueniendo, ſolidum, & cylindrus ſecentur plano erecto figuris genitricibus, & æquidiſtanter ipſi MF (quod intelligendum eſt ad ſimilitudinem ſæpe dictorum) vt ex ſectione cylindri generetur rectangulum, & ex ſectione ſolidi quædam figura, quorum medietates rectangulum DG, & DBHK, planum, quæ exponantur ſæparata ab ipſo ſolido, & ſeorſim in altera figura: & intelli-



telligamus hoc cum rectangulo rotari circa B D. Etiam cylindrus erit ad hoc ſolidum, vt ſeſquialterum quadrati F D, ad dimidium quadrati F D, cum exceſſu quadrati E D, ſupra quadratum ſemidiametri.

PRO-

PROPOSITIO LXV.

Annuli propoſit. antecedent. poſſumus centrum grauitatis aſſignare in ipſius axi.

NAm ſi Z, ſit centrum grauitatis totius ſolidi ex TSBAF, circa MF, erit MZ, ad ZF, vt FE, vnà cum differentia inter arcum quadrantis ED, & ſemidiametrum, minus dimidio exceſſus dictæ differentiæ, ſupra differentiam inter ſemidiametrum, & dimidium arcus quadrantis, ad ſemidiametrum, vnà cum dicto dimidio exceſſus. Quod colligitur ex ſchol. 3. propoſit. 27. Pariter ex ſchol. 1. propoſit. 29. habemus ℞, centrum grauitatis ſolidi ex quarta DBAF, reuoluta circa MF. Si ergo fiat ℞Z, ad ZO, vt ſolidum ex quarta TSBD, circa MF, ad ſolidum ex quarta DBAF, circa eandem MF: nempe, vt dimidium quadrati FD, vnà cum exceſſu quadrati arcus quadrantis ED, ſupra quadratum ſemidiametri, ad quadratum ED, vnà cum quadrato ſemidiametri ex ſchol. 2. propoſit. 26: erit punctum O, centrum grauitatis dicti ſolidi.

SCHOLIVM.

Cum verò ſolidum ex DBHk, reuoluta circa BD, ſit proportionaliter analogum cum dicto annulo ex TSBD, circa MF: ergo eodem modo ſecabitur

bitur BD, à centro grauitatis huius ſolidi, ſicuti ſecatur MF, in Z, à centro grauitatis illius annuli. Solidi ergo ex DBHK, circa BD, habemus & menſuram, & centrum grauitatis. Quadratura, natura, & reliqua huius figuræ latent. Quare erit eiuſdem conditionis cum reliquis ennumeratis in ſchol. propoſit. 25. par. 1. miſcell. geom.

PROPOSITIO LXVI.

Si prima quarta Lilij vngularis duplicata circa axim, cum rectangulo ſibi circumſcripto rotetur circa latus axi parallelum. Erit tubus cylindricus circumſcriptus annulo orto ex rotatione primæ quartæ exterioris, ad ipſum annulum, vt triplus axis quartæ, nempe arcus ſemicirculi, ad axim, vnà cum ſemidiametro, & cum dimidio exceſſus differentiæ inter arcum quadrantis, & ſemidiametrum, ſupra differentiam inter ſemidiametrum, & dimidium arcus quadrantis.

Vide Dial. pag. 64.

PRima quarta Lilij vngularis BAFD, ſit duplicata circa axim FD, in BAFST; & hæc cum MT, rectangulo ſibi circumſcripto intelligatur rotari circa VT, vt ex rectangulo generetur cylindrus, & ex duplicata quarta ſolidum, quæ pariter mente intelligenda ſunt: ſit DQ, ęqualis ſemidiametro, & DP, dimidia DE. Dico tubum cylindricum ex MD, circa VT, eſſe ad ſolidum ex BAFD, cir-

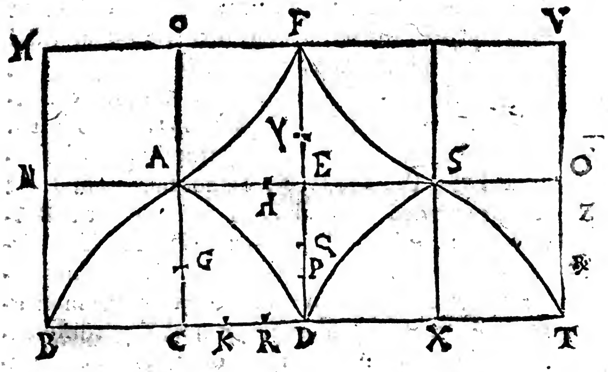
ca VT, vt tripla FD, ad FD, cum DQ, & cum dimidio exceſſus EQ, ſupra QP.

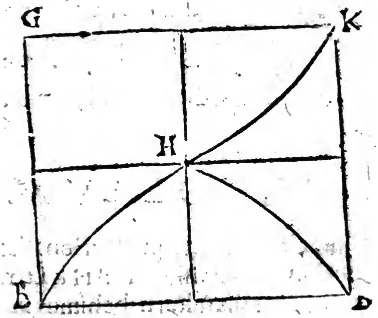
Cylindrus ex MT, circa VT, eſt ad totum ſolidum ex BAFST, circa VT, in ratione dupla, ex ſchol. 2. propoſit. 26: nempe vt quadrupla FD, ad duplam FD. Pariter cylindrus ex FT, ſubquadruplus prioris, eſt ad ſolidum ex DFST, circa VT, ex coroll. & ſchol. 1. propoſit. 27. vt FD, ad FE, vnà cum QP, & cum dimidio exceſſus EQ, ſupra QP. Ergo reliquus tubus cylindricus ex MD, circa VT, erit ad reliquum annulum ex BAFD, circa VT, vt tripla FD, ad FD, cum DQ, & cum dimidio exceſſus EQ, ſupra QP. Quod erat oſtendendum.

SCHOLIVM.

Sed etiam nunc ſecto cylindro, & ſolido plano erecto figuris genitricibus, & æquidiſtanter ipſi VT, vt pariter ex ſectione cylindri generetur rectangulum, & ex ſectione ſolidi figura quædam, quorum medietates rectangulum GD, & DBHk, planum, quæ pariter exponantur ſeparata ab ipſo ſolido in altera figura, & intelligamus hæc rotari circa kD, ipſi FD, ſuppoſitam æqualem, & correſpondentem: Etiam cylindrus ex GD, erit ad ſolidum ex BHKD, circa KD, in ſupra explicata ratione.

PRO-





PROPOSITIO LXVII.

Annuli anteced. propoſit. poſſumus in axi aſſignare centrum grauitatis.

Diuidatur VT, in Z, vt ſit VZ, ad ZT, vt quadrata arcus quadrantis, & ſemidiametri, ad differentiam inter ipſa. Ergo ex ſchol. 3. propoſit. 26. erit Z, centrum grauitatis totius ſolidi ex BAFST, circa VT. Pariter ex ſchol. 1. propoſit. 28. poſſumus inuenire in VT, centrum grauitatis ſolidi ex DFST, circa VT. Sit hoc inuentum ℞; & & fiat reciprocè ℞Z, ad ZO, vt annulus ex BAFD, circa VT, ad ſolidum ex DFST, itidem circa VT: nempe, vt arcus ſemicirculi, cum ſemidiametro, & cum dimidio exceſſus differentiæ inter arcum quadrantis, & ſemidiametrum, ſupra differentiam inter ſemidiametrum, & dimidium arcus quadrantis, ad arcum quadrantis, vnà cum differentia inter arcum quadrantis, & ſemidiametrum, minus dicto dimidio exceſſus, ex ſchol. 2. propoſit. 27. Ergo cum O, ſit centrum dicti annuli, licebit ipſum aſſignare.

SCHOLIVM.

Sed annulo exiſtente proportionaliter analogo cum ſolido orto ex ſemifigura BHkD, reuoluta circa kD: etiam talis ſolidi habebimus in kD, centrum grauitatis. Etiam ergo dicti ſolidi habemus menſuram, & centrum grauitatis. Reliqua ipſius ſunt abſcondita. Non ergo pigeat eam cum illis ſchol. ſæpe citati reponere.

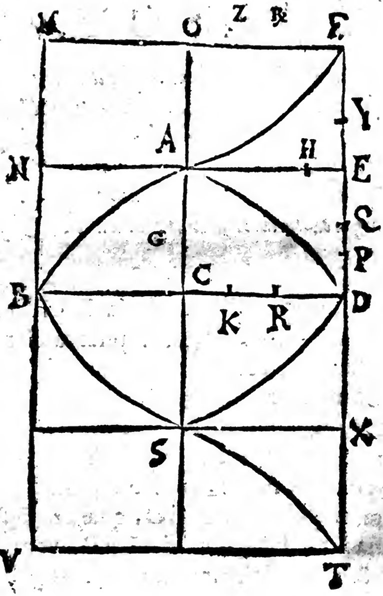
PRO-

PROPOSITIO LXVIII.

Si ſecunda quarta Lilij vngularis duplicata circa baſim, cum rectangulo circumſcripto rotetur circa latus rectanguli baſi parallelum. Erit tubus cylindricus circumſcriptus annulo orto ex quarta exteriori, ad ipſum annulum, vt triplus axis quartæ, ad axim, vnà cum compoſita ex eius ¼, & ex differentia inter arcum quadrantis, & ſemidiametrum.

SEcunda quarta Lilij vngularis BAFD, cuius axis FD, baſis DB, ſit duplicata circa baſim BD, in TSBAF, & hæc cum rectangulo MT, circumſcripto rotetur circa MF. Dico tubum cylindricum ex rectangulo MT, reuoluto circa MF, eſſe ad annulum ex quarta exteriori TSBD, itidem reuoluta circa MF, vt tripla FD, ad FD, cum compoſita ex quarta parte ED, quæ ſit QP, & ex differentia inter ED, dimidiam FD, vt arcus quadrantis, & ſuam ſemidiametrum quæ ſit EP, nempe ad QD. Ex ſchol. 3. propoſit. 31. totus cylindrus TM, cum ſit duplus totius ſolidi ex TSBAF, erit ad ipſum, vt quadruplus axis FD, ad duplum axim FD. Sed ex coroll. & ex ſchol. 1. propoſit. 30. eſt cylindrus ex DM, prioris ſubquadruplus, ad ſolidum ex DBAF, vt FD, ad eius dimidiam FE, vnà cum exceſſu ED, ſupra compoſitam ex eius quarta parte, & ex ſemidiametro circuli cuius

ED,



E D, eſt arcus quadrantis. Ergo erit tubus cylindricus ex TB, ad annulum ex TSBD, quem ſtringit, vt tripla FD, ad FD, cum QD. Quod &c.

SCHOLIVM.

Vt in antecedentibus ſectis cylindro, & ſolido re-

ctan-

ctangulo DG, & ſemifigura DBHk, vt in ſchem: poſito ſupra pag. ſeorſim poſitis, & facta reuolutione circa BD. Erit cylindrus ex rectangulo, ad ſolidum ex ſemifigura in dicta ratione.

PROPOSITIO LXIX.

Annuli antecedent. propoſit. poſſumus in axi aſſignare centrum grauitatis.

NAm ſi ſit ſic ſectus in Z, vt ſit MZ, ad ZF, vt quadratum ED, vnà cum dimidio quadratorum EP, PD, ad quadratum ED, minus dimidio quadratorum EP, PD. Erit ex ſchol. 3. propoſit. 31. Z, centrum grauitatis ſolidi totius ex TSBAF, circa MF, reuoluta. Ex ſchol. 1. propoſit. 33. inueniatur ℞, centrum grauitatis ſolidi ex DBAF. Fiat reciprocè ℞Z, ad ZO, vt annulus ex TSBD, ad ſolidum ex DBAF: nempe ſecundum rationem aſſignatam in ſchol. 2. propoſit. 30. Erit O, centrum grauitatis annuli prædicti.

SCHOLIVM.

Sic verò ſecabitur BD, ſicuti ſecatur MF, à centro grauitatis ſolidi ex dimidia figura DBHk, ſeorſim poſita reuoluta circa BD. Quæ figura cum non pariat pro nunc in nobis maiorem notitiam tra-

dita:

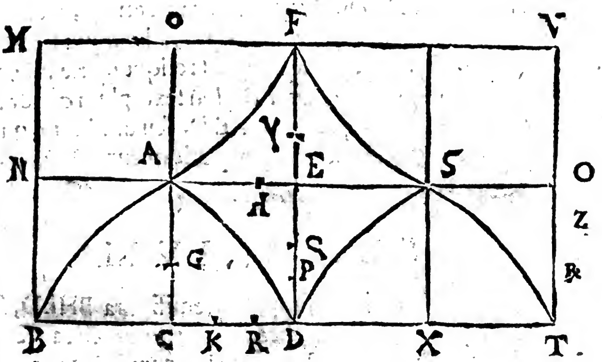
dita: pergat cum cæteris ſchol. propoſit. 25. ſæpe citatæ.

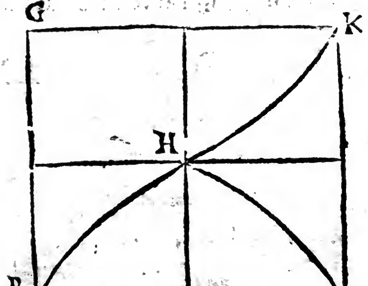
PROPOSITIO LXX.

Si ſecunda quarta Lilij vngularis duplicata circa axim, cum rectangulo ſibi circumſcripto rotetur circa latus axi parallelum. Erit tubus cylindricus circumſcriptus annulo orto ex rotatione quartæ exterioris, ad ipſum annulum, vt ſeſquialterum quadrati axis, ad ſubduplum quadrati axis, vnà cum dimidio quadratorum ſemidiametri circuli cuius ſemiaxis eſt arcus quadrantis, & differentiæ inter arcum quadrantis, & ſemidiametrum.

SEcunda quarta Lilij vngularis BAFD, ſit duplicata circa axim FD, in BAFST, & hæc cum rectangulo MT, intelligatur rotari circa VT; ſitque ED, dimidia FD, & DQ, ſit æqualis ſemidiametro circuli, cuius ED, eſt arcus quadrantis. Dico tubum cylindricum ex MD, circa VT, eſſe ad ſolidum ex BAFD, vt ſeſquialterum quadrati FD, ſeù vt ſextuplum quadrati ED, ad dimidium quadrati FD, ſeù duplum quadrati ED, vnà cum dimidio quadratorum EQ, QD.

Ex ſchol. 2. propoſit. 30. conſtat cylindrum ex MT, eſſe duplum ſolidi ex BAFST: nempe eſſe ad ipſum, vt duplum quadratum FD, ad quadratum FD. Ex coroll. & ex ſchol. 1. prop. 31. conſtat cylindrum ex FT, ſubquadruplum prioris, eſſe ad ſolidum ex DFST,





DFST, circa VT, vt duplum quadratum DE, (nempe dimidiam quadrati FD) ad quadratum ED, vnà

cum dimidio quadratorum EQ, QD, & cum duplo rectangulo EQD. Quare conſtabit etiam, eſſe reliquum tubum cylindricum ex MD, ad reliquum annulum ex BAFD, vt reliquum, ad reliquum: nempe, vt ſeſquialterum quadrati FD, ſeù ſextuplum quadrati ED, ad duplum quadratum ED, ſeù dimidium quadrati FD, vnà cum dimidio quadratorum EQ, QD. Quod &c.

SCHOLIVM.

Conſtabit etiam, ſuppoſita ſemifigura BHkD, ſeorſim poſita, ſæpe explicata, & reuoluta circa KD, eſſe cylindrum ex rectangulo ei circumſcripto, ad ſolidum ex ſemifigura, in antedicta ratione.

PROPOSITIO LXXI.

Poſſumus antedicti annuli, centrum grauitatis aſſignare in axi.

NAm axis ſic ſecetur in Z, vt ſit VZ, compoſita ex dimidia FD, & ex exceſſu ED, ſupra compoſitam ex octaua parte FD, & ex differentia inter ED, vt eſt arcus quadrantis, & ſemidiametrum. Erit ex ſchol. 3. propoſ. 30. Z, centrum grauitatis ſolidi ex BAFST, circa VT, reuoluta. Ex ſchol. 1. prop. 32. inueniatur ℞, centrum grauitatis ſolidi ex DFST, circa VT. Et fiat reciprocè ℞Z, ad ZO, vt annulus ex BAFD,

FD, àd ſolidum ex DFST, circa VT: nempe ſecundam rationem expreſſam in ſchol. 2. propoſit. 31. Erit inuentum punctum O, centrum ſolidi prædicti. Quod &c.

SCHOLIVM.

Quod centrum pariter ſecabit VT, vt ſecatur kD, à centro grauitatis ſolidi ex ſemifigura BHkD, reuoluta circa kD. Quæ figura eſt reponenda cum alijs pluribus vicibus recenſitis.

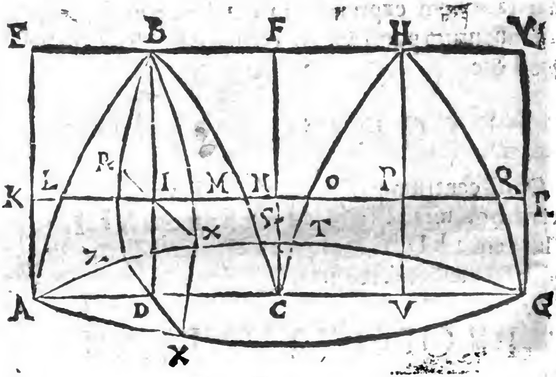
PROPOSITIO LXXII.

Si ſemicyclois duplicata circa baſim, cum ſibi circumſcripto rectangulo rotetur circa latus rectanguli baſi parallelum. Erit tubus cylindricus circumſcriptus annulo ex ſemicycloide exteriori, ad ipſum annulum, vt tripla baſis ſemicycloidis, ad duplam baſis, vnà cum differentia inter ſemidiametrum, & ſemibaſim minus dimidio exceſſus differentia inter ſemibaſim, & ſemidiametrum, ſupra differentiam inter ſemidiametrum, & quartam partem baſis.

Vide ' l diel. pg. 64.

PRopoſitio hæc proponitur diuerſiſſimè ab eo, quo propoſita fuit in propoſit. 14. 1. part. miſcell. geom. Ibi enim Torricellij teſtimonio aſſentientes, aſſignata fuit in numeris, quo modo nequit exprimi niſi proximè ſecundum cyclometriam Archimedum.

Sit ergo ſemicyclois ABD, cuius axis AD, baſis



BD, quæ ſit duplicata in ABC, & hæc cum rectangulo E C, intelligatur rotari circa FC. Dico tubum cylindricum EDY, eſſe ad annulum ABDVHG, vt tripla baſis BD, ad reliqua, vt expreſſum fuit ſupra.

Nam totus cylindrus E G, cum ſit ad totum ſolidum A B C H G, vt rectangulum E C, ad figuram A B C, erit ad ipſum, vt quadrupla B D, ad triplam BD. Pariter ex propoſit. 44. eſt cylindrus DH, ad ſolidum D B C H V, vt B D, ad ſui dimidiam, vnà cum ſemidiametro, & cum dimidio exceſſus differentiæ dictæ. Ergo erit reliquus tubus E D Y, ad reliquum annulum ABDVHG, vt tripla BD, ad duplam BD, vnà cum differentia inter ſemidiametrum, & dimidiam

diam B D, minus dimidio exceſſus differentiæ dictæ. Quod &c.

SCHOLIVM.

Sed ſecto ſolido ſemifigura DBX. In dicta etiam erit ratione cylindrus ad ſolidum,&c.

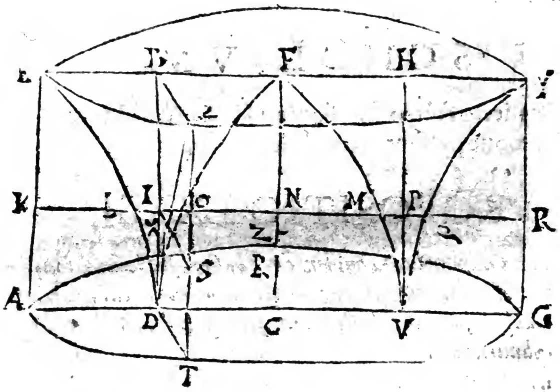
PROPOSITIO LXXIII.

Si ſemicyclois duplicata quidem circa baſim, ſed inuerſè poſita, cum rectangulo ſibi circumſcripto rotetur circa latus rectanguli, quod eſt baſis vnius ſemicycloidis. Erit tubus cylindricus circumſcriptus annulo orto ex ſemicycloide exteriori, ad ipſum annulum, vt tripla baſis ſemicycloidis, ad duplam baſim, vnà cum $\frac{1}{4}$ ipſius, & cum differentia inter ſemibaſim, & ſemidiametrum, minus dimidio exceſſus differentiæ inter ſemibaſim, & ſemidiametrum, ſupra differentiam inter ſemidiametrum, & baſis $\frac{1}{4}$. vide Gal pag 64.

SEmicyclois AED, cuius baſis AE, ſit duplicata in AEDFC, & hæc cum rectangulo EC, rotetur circa FC: ſit FN, dimidia FC; NZ, dimidia NC, & N℞, æqualis ſemidiametro ſemicirculi genitoris. Aſſero, tubum cylindricum EDY, eſſe ad annulum AEDVYG, vt tripla FC, ad duplam FC, cum NZ, & cum C℞, minus dimidio exceſſus C℞, ſupra ℞Z.

Nam, pariter cum ſit totus cylindrus EG, ad totum annulum AEDFVYG, vt quadrupla FC, ad triplam

plam



plam FC: & cum ſit cylindrus DH, ex prop. 43. ad ſoli-dum DFV, vt FC, ad NZ, cum N℞, & cum dimidio exceſſus C℞, ſupra ℞Z. Erit tubus EDY, ad annulum, quem ſtringit, vt tripla FC, ad duplam FC, cum NZ, & cum C℞, minus dimidio exceſſus C℞, ſupra ℞Z. Quod erat oſtendendum.

SCHOLIVM.

Secto ſolido ſemifigura D2T, & rectangulo D2, hiſque reuolutis circa BD: cylindrus erit ad ſolidum in eadem ratione. Et per conuerſionem rationis, habebimus etiam rationem cylindri ad ſolidum, ortum

ex reuolutione trilinei DB2, circa BD. Hæc propoſitio non fuit tradita in miſcell. geom. Patuit autem in antec. & in hac propoſit. haberi menſuras ſolidorum ex dictis dimidijs figuris. Centra grauitatis, nec reliqua habentur. Nihilominus ſunt reponendæ cum reliquis recenſitis.

PROPOSITIO LXXIV.

Si cyclois cum rectangulo circumſcripto rotetur circa latus axi parallelum. Erit tubus cylindricus circumſcriptus annulo ex ſemicycloide exteriori, ad ipſum, vt triplum quadratum baſis ſemicycloidis, ad duplum quadratum dictum, vnà cum exceſſu quartæ partis dicti quadrati, ſupra ſeſquitertium quadrati ſemidiametri.

CYclois ABC, cuius axis BD, rotetur cum EC, circa FC, parallelam axi BD. Dico, tubum cylindricum EDY, eſſe ad annulum ABDVHG, vt triplum quadratum AD, ad duplum quadratum AD, cum exceſſu quartæ partis quadrati AD, ſupra ſeſquitertium quadrati ſemidiametri circuli genitoris.

Nam, quum totus cylindrus EG, ſit ſeſquitertium totius ſolidi ABCHG, erit ad ipſum; vt 4. quadrata AD, ad 3. quadrata AD. Ex propoſit. verò 50. eſt cylyndrus DH, ad ſolidum DBCHV, vt quadratum AD, ad ſui ſubſeſquitertium, cum ſeſquitertio quadrati ſemidiametri. Ergo reliquus tubus EDY, erit ad annulum exteriorem, vt triplum quadratum AD,

ad

ad duplum quadratum A D, cum exceſſu quartæ partis ipſius, ſupra ſeſquitertium quadrati ſemidiametri. Quod &c.

SCHOLIVM.

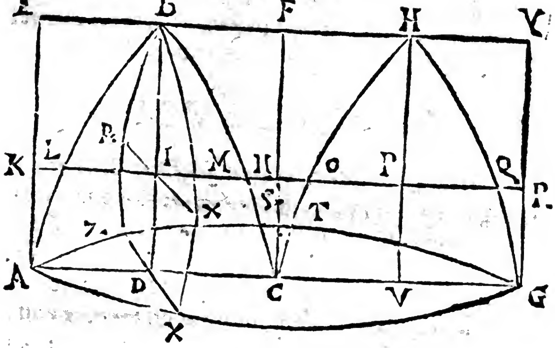
Secto ſolido modo conſueto, erit D B X, ſemifigura à nemine vnquam conſiderata: cuius ſolidi geniti ex ipſa circa DB, reuoluta habemus tantum menſuram.

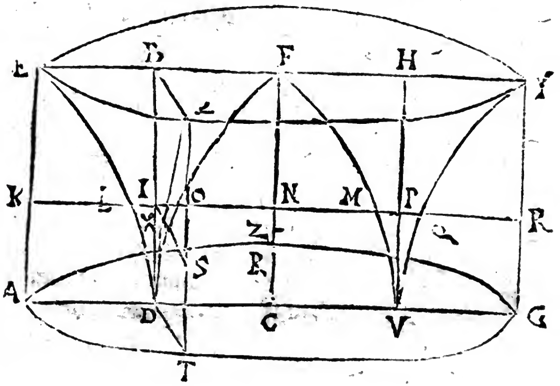
PROPOSITIO LXXV.

Si ſemicyclois duplicata circa axim, ſed inuersè poſita, cum rectangulo circumſcripto rotetur circa latus, quod eſt axis vnius ſemicycloidis. Erit tubus cylindricus circumſcriptus annulo ex ſemicycloide exteriori, ad ipſum, vt triplum quadratum baſis ſemicycloidis, ad duplum quadratum baſis, cum eius $\frac{1}{4}$, *& cum ſeſquitertio quadrati ſemidiametri.*

SEmicyclois AED, cuius axis EA, ſit duplicata in AEDFC; & cum rectangulo EC, rotetur circa FC, &c. Dico tubum EDY, eſſe ad annulum, quem ſtringit, vt triplum quadratum AD, ad duplum quadratum AD, cum ſui $\frac{1}{4}$, & cum ſeſquitertio quadrati ſemidiametri.

Cylindrus EG, eſt ad ſolidum AEDFVYG, vt quadruplum quadratum AD, ad triplum quadratum AD. DH, cylindrus eſt ad ſolidum DFV, ex propoſ. 49.





49. vt quadratum A D, ad ſui ſubſeſquitertium, minus ſeſquitertio quadrati ſemidiametri. Ergo tubus

EDY, erit ad AEDVYG, vt triplum quadratum AD, ad duplum, vnà cum ſui quarta parte, & cum ſeſquitertio quadrati ſemidiametri. Quod &c.

SCHOLIVM I.

Sectis autem ſolidis rectangulo D 2, & ſemifigura D 2 T, & his reuolutis circa BD: habemus etiam cylindrum eſſe ad ſolidum in dicta ratione. Patuit ergo ex quatuor antecedentibus propoſitionibus, conſideratas fuiſſe à nobis quatuor figuras nouas in geometria: quarum omnium aliud non ſcimus, quam menſuras ſolidorum, ex dimidijs reuolutis circa axim. Harum vnam tantum agnouimus etiam in prima par. miſcell. noſtri geometri propoſit. 14. Tres, nunc: quæ cum ipſa augere debent numerum comprehenſarum in ſchol. propoſit. 25.

SCHOLIVM II.

In præſenti ſectione non meminimus aſſignare cubationes, & centra æquilibrij quorundam truncorum cylindricorum. Nè ergo videamur hęc ignoraſſe, breuiter nunc EA, explicabimus.

In propoſit. 58. & in ſchem. ipſius, ſuppoſuimus ABC, eſſe duplicatam ſuperficiem vngulæ circa axim BD, & rotari circa FC, cum rectangulo EC, circumſcripto, & aſſignauimus rationem tubi EDY, ad annulum ABDVHG. Si ergo ſuper ſuperficie

ABD,

A B D, & ſuper rectangulo E D, concipiamus cylindricos rectos æquealtos ſectos plano diagonaliter tranſeunte per F C, & per latus oppoſitum ipſi E A: trunci ſiniſtri cylindrici exiſtentis ſuper ABD, habebimus cubationem.

Quod ſi ſuper ſemifigura DBX, intelligatur item cylindricus rectus ſectus diagonaliter plano tranſeunte per B D, & per latus erectum à puncto X. Etiam trunci ſiniſtri huius cylindri elicietur cubatio ex ſchol. eiuſdem propoſitionis.

Centra verò æquilibrij dictorum truncorum appenſorum, primus ſecundum F C; ſecundus ſecundum B D, habebimus ex prop. 59. & ex ſuo ſchol.

Ex propoſit. 60. ſupponentes AEDFC, eſſe duplicatam ſuperficiem vngulæ circa axim, & inuersè poſitam; & ſecari cylindricos rectos exiſtentes ſuper A B, & A E D, plano tranſeunte per F C, & per latus oppoſitum ipſi A E: licet colligere cubationem trunci ſiniſtri cylindrici exiſtentis ſuper A E D. Pariter ex propoſit. 61. licet colligere in F C, centrum æquilibrij dicti trunci appenſi ſecundum F C.

Quod ſi ſuper ſemifigura D 2 T, ſit talis cylindricus ſectus per D B, & per latus erectum à puncto T; trunci ſiniſtri dabitur cubatio ex propoſit. 60. & centrum æquilibrij in B D, ex propoſit. 61.

Quæ autem dicta fuerunt de ſuperficie vngulæ duplicata circa axim, debent etiam dici de ipſa duplicata circa baſim. Et truncorum ſimilium poſſunt deduci cubationes, ex propoſit. 62. 63. & ex ſuis ſcho-

lijs : non tamen poſſunt aſſignari centra æquilibrij truncorum appenſorum ſecundum ſuos axes.

In ſchem. propoſit. 64. ſupponamus ſupra primam quartam Lilij vngularis T S B D, extare cylindricum rectum ſectum plano diagonaliter tranſeunte per M F, & per latus oppoſitum ipſi V T. Ex dicta prop. nota erit cubatio trunci ſiniſtri talis cylindrici: & ex propoſit. 65. notum erit in M F, centrum æquilibrij ipſius ſecundum M F, appenſi.

Quod ſi conſideretur ſecundum ſchema propoſit. 64. nempe illa figura D B H k, ſeorſim poſita, & ſuper ipſa concipiatur cylindricus rectus ſectus diagonaliter plano tranſeunte per B D, & per latus erectum à puncto k. Cubatio trunci ſiniſtri dabitur ex ſchol. dictæ propoſ. & centrum æquilibrij ſecundum B D, ex ſchol. propoſit. 65.

Pariter ſi in ſchem. prim. propoſit. 66. concipiatur ſuper B A F D, cylindricus ſectus per V T, & per latus oppoſitum ipſi M B. Cubationem trunci ſiniſtri habebimus ex dicta propoſit. 66. & centrum æquilibrij in V T, ex propoſit. 67. Cubatio trunci ſiniſtri cylindrici exiſtentis ſuper B H k D, ſecundi ſchem. ſecti per k D, & per latus oppoſitum ipſi B G, nota erit ex ſchol. propoſit. 66. Centrum æquilibrij in K D, ex ſchol. propoſit. 67.

Ex dictis autem nunc circa explicata in propoſit. 64. 65. 66. & 67. patet quomodo poſſimus deducere cubationes, & centra æquilibrij truncorum in propoſ. 68. 69. 70. & 71.

Si

Si in ſchem.propoſit.72.ſuper ſemicycloide ABD, cuius baſis B D, ſit cylindricus rectus ſectus per F C, & per latus oppoſitum ipſi E A. Cubatio trunci ſiniſtri habebitur ex dicta propoſit. 72. Cubatio verò trunci ſiniſtri cylindrici exiſtentis ſuper D B X, ex eius ſchol.

In ſche.prop.73.ex ipſa dabitur cubatio trunci ſiniſtri cylindrici exiſtentis ſuper ſemicycloide A E D, cuius baſis E A, ſecti per F C, & per latus oppoſitum ipſi E A. Et ex eius ſcholio dabitur cubatio trunci ſiniſtri cylindrici exiſtentis ſuper ſemifigura D2T, ſecti plano tranſeunte per D B, & per latus oppoſitum ipſi T 2.

Similes cubationes elicienter ex propoſit. 74. & 75. truncorum cylindricorum exiſtentium ſuper ſemicycloide circa axim, & ſuper ſemifiguris genitis modis explicatis.

Finis Primæ Partis.

TRA-

TRACTATVS SECVNDVS.

DE QVARTIS LILIORVM *Parabolicorum, & Cycloidalium.*

SECTIO PRIMA.

IN præcedenti tractatu conſiderauimus figuram quandam ex duabus ſuperficiebus vngulæ, & ex duobus trilinijs compoſitam, quamque appellauimus quartam Lilij vngularis. In præſenti intelligimus conſiderare aliam figuram ad ſimilitudinem ipſius compoſitam, ſed ita vt ex duabus ſemiparabolis, & ex duobus trilineis coaleſcat. Ipſam verò non incongruè quartam Lilij parabolici vocitabimus. Sed ſicuti ibidem quarta Lilij vngularis conſtabat ex duobus ſuperficiebus vngularibus ſimul aptatis vel circa axim, vel circa baſim: ſic nunc duæ ſemiparabolæ poterunt diſponi, vel circa diametrum, vel circa baſim. Quod vt melius percipiatur: ſupponamus cuilibet

para-

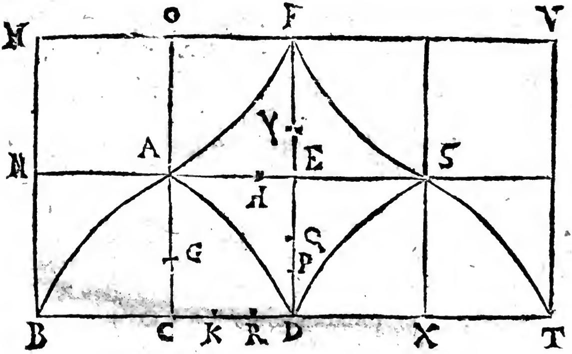
parabolæ BAD, cuius axis AC, addita eſſe duo tilinea FAE, DAE. Vel ſupponamus duas ſemiparabolas BAC, CAD, quarum axes BC, CD, eſſe diſpoſitas circa baſes AC, & accedant duo trilinea, vt prius. Figura FABD, vtroque modo diſpoſita ſortietur nomenclaturam, Quartæ Lilij parabolici. Has figuras deinceps conſiderabimus, perquirendo earum centra grauitatis, & menſuras, ac centra grauitatis variorum ſolidorum genitorum ex ipſis. Hæc figura vtroque modo conſiderata, ſemper eſt dimidium parallelogrammi MD, ſibi circumſcripti, vt manifeſtiſſimè patet: quia ſempertrilineum FAE, æquatur trilineo BNA. Sed prius conſiderabimus figuram BAFD, prout BAD, eſt integra parabola circa diametrum, ſeù axim AC: quæ erit prima quarta Lilij parabolici poſtea altero modò.

PROPOSITIO I.

Si Prima quarta Lilij parabolici intelligatur appenſa ſecundum axim. Hic taliter ſecabitur à centro æquilibrij ipſius, vt pars terminata ad verticem ſit ad reliquam, vt triplus numerus parabolæ vnitate auctus, ad numerum vnitate auctum.

PRima quarta Lilij parabolici FABD, cuius BAD, ſit parabola, cuius axis AC, intelligatur appenſa ſecundum axim FD (ſemper enim

FD,



FD, vocabitur axis, & BD, baſis) v. g. ex puncto Q. Dico eſſe FQ, ad QD, vt triplus numerus parabolæ vnitate auctus, ad numerum parabolæ vnitate auctum. Nempe in prima, vt 4. ad 2. In ſec. vt 7. ad 3. In tertia, vt 10. ad 4. Et ſic in infinitum, augendo antecedens ternario, conſequens verò vnitate. Secetur ED, in P, vt ſit EP, ad PD, vt numerus parabolæ vnitate auctus, ad numerum parabolæ. Ergo ex ſchol. prim. propoſit. 2. lib. 3. in calce, erit P, centrum æquilibrij parabolæ BAD, appenſæ ſecundum FD. Secetur, EP, in Q, vt ſit EQ, ad QP, vt numerus parabolæ, ad vnitatem; nempe, vt eſt parabola BAD, reciprocè, ad trili-

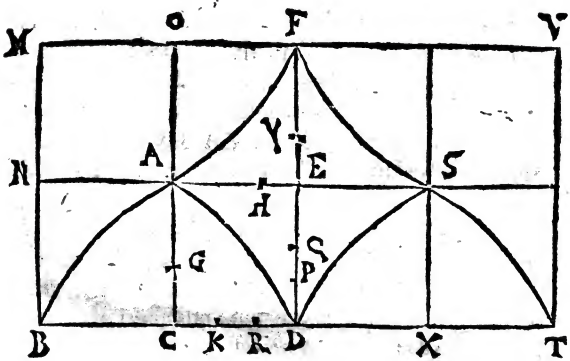
neum FAD, vt colligitur ex propoſit. prim. lib. pri. Ergo erit Q, centrum æquilibrij ipſius BAFD, appenſæ ſecundum FD. Tunc, quorum ED, eſt duplus numerus auctus vnitate, & FD, quadruplus numerus binario auctus, DP, eſt numerus, & QP, vnitas: vndè DQ, eſt numerus vnitate auctus. Ergo FQ, erit triplus numerus vnitate auctus. Erit ergo FQ, ad QD, vt triplus numerus parabolæ vnitate auctus, ad numerum vnitate auctum. Quod &c.

SCHOLIVM I.

Cogitemus BAFD, figuram duplicari in BAFST, & ipſam rotari vel circa VT, vel circa illi parallelam, & ab ipſa vtcunque diſſitam. Annulorum genitorum habebimus in VT, & in alio axe centra grauitatis. Quia illi annuli ſunt proportionaliter analogi figuræ BAFST. VT, ergo v. g. ſecabitur à centro grauitatis annuli ſtricti, vt pars terminata ad V, ſit ad reliquam, vt triplus numerus vnitate auctus, ad numerum vnitate auctum.

Quod ſi cogitemus MBAFSTV, rotari vel circa VT, vel circa dictam parallelam. Nihilominus cum annuli ſint proportionaliter analogi cum illa figura: TV, v. g. ſecabitur eodem modo à centro annuli ſtricti, ſed contrario modo: nempe ſic, vt pars terminata ad T, ſit ad reliquam, vt triplus numerus vnitate auctus, ad numerum vnitate auctum. Iidem enim ſunt annuli dicti, ac illi, qui orirentur ex reuolu-

tione



tione duplicatæ figuræ F A B D, ad partes B M, vt manifeſtè patet.

SCHOLIVM II.

Cum verò ex propoſit. 4. lib. 3. ſit vt F Q, ad Q D, ſic ſolidum ex figura B A F D, reuoluta circa M F, ad ſolidum ex eadem circa B D: erit & primum ſolidum ad ſecundum, vt triplus numerus vnitate auctus, ad numerum vnitate auctum.

SCHOLIVM III.

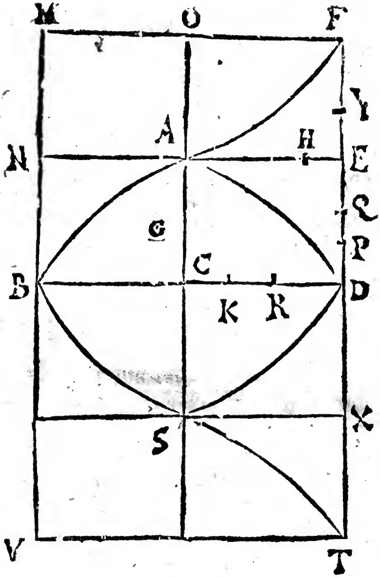
Cumque in ſche.ſeq.duplicata FABD, in FABST, & reuoluta ipſa circa VT, ſit ex prop. 30.miſcell.hyperb. ſolidum genitum ęquale duobus ſolidis ex FABD, circa MF, & duoaus ex eadem circa BD: vndè conſequenter ſit annulus ex FABD, circa VT, æqualis vni ſolido circa MF, & duobus circa BD. Erit annulus ex FABD, circa VT, ad ſolidum ex BSTD, circa VT, vt quintuplus numerus ternario auctus, ad triplum numerum vnitate auctum. Nempe in prima, vt 8. ad 4. In ſecunda vt 13. ad 7. In tertia, vt 18. ad 10. Et ſic in infinitum, augendo antecedens quinario, conſequens verò ternario.

PROPOSITIO II.

Si prima quarta Lilij parabolici intelligatur appenſa ſecundum baſim. Eius centrum æquilibrij ità ipſam ſecabit, vt pars terminata ad curuam, ſit ad reliquam, vt numerus parabolæ ternario auctus, ad numerum vnitate auctum.

SEd figura BAFD, ſit appenſa ſecundum BD, & k, ſit centrum æquilibrij. Dico Bk, eſſe ad kD, vt numerus parabolæ ternario auctus, ad numerum vnitate auctum. Nempe in prima, vt 4. ad 2. In ſec. vt 5. ad 3. In ter. vt 6. ad 4. Et ſic in infinitum,

auctis



auctis vtriſque terminis vnitate. Diuidatur CD, in R, vt ſit CR, ad RD, vt numerus vnitate auctus, ad vnitatem. Ergo ex ſchol. prim. propoſit.2. lib.3. erit R, centrum æquilibrij trilinei FAD, appenſi ſecundum CD. Pariter ſic ſecetur CR, in K, vt ſit CK, ad kR, vt vnitas, ad numerum parabolæ: nempe, ex quadratura infinitarum parabolarum aſſi-

gnata

gnata initio lib. prim. reciprocè, vt trilineum F A D, ad parabolam B A D. Ergo K, erit centrum æquilibrij totius F A B D, ſecundum B D, appenſæ. Cum verò, quorum C D, eſt numerus binario auctus, & B D, duplus numerus quaternario auctus, talium ſit D R, vnitas; k R, numerus; & k D, numerus vnitate auctus. Ergo reliqua B k, erit numerus ternario auctus. Quare patet propoſitum.

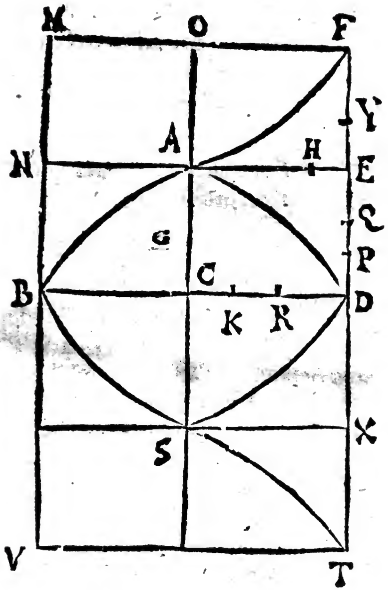
SCHOLIVM I.

Etiam nunc ſi intelligamus F A B D, duplicari in F A B S T, & rotationem fieri vel circa V T, vel circa aliam parallelam, &c. ad generandos annulos ſtrictos, vel latos. Habebimus centra grauitatis illorum annulorum. Sicuti habebimus centra grauitatis annulorum ex M F A B S T V, reuoluta vel circa V T, vel circa aliam, vt ſæpe dictum fuit.

SCHOLIVM II.

Ex propoſit. verò 4. lib. 3. de infinit. parab. patebit eſſe, vt numerus parabolæ ternario auctus, ad numerum vnitate auctum, ſolidum ex F A B D, reuoluta circa M B, ad ſolidum ex eadem reuoluta circa F D.

SCHO-



SCHOLIVM III.

Duplicata figura BAFD, in BAFST, in diagrammate primo erit ſolidum ex BAFD, circa VT, reuoluta, ad ſolidum ex DFST, circa VT, ſimili-

ſimiliter reuoluta, vt triplus numerus quinario auctus, ad numerum ternario auctum. Nempe in prima, vt 8. ad 4. In ſec. & 11. ad 5. In tert. vt 14. ad 6. Et ſic in infinitum aucto antec. ternario, conſeq. vnitate.

SCHOLIVM IV.

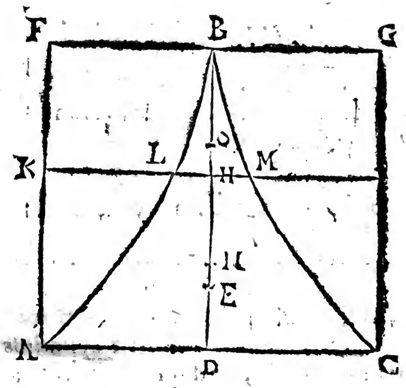
Centrum verò grauitatis ipſius FABD, vtique habebitur, & quidem duplici modo. Primò ducendo per Q, & k, normales horizonti. Centrum erit in puncto ſectionis. Secundò nectendo G, H, centra grauitatis parabolæ, & trilinei, & diuidendo lineam nectentem in ratione reciproca ipſorum.

Ex quo centro reperto, haud ignorabitur centrum grauitatis cylindrici recti ſuper FABD, exiſtentis.

PROPOSITIO III.

Si quælibet figura circa diametrum, cum rectangulo ſibi circumſcripto rotetur circa conum latus rectanguli. Erit cylindrus ex parallelogrammo, ad ſolidum ex figura, vt linea ſe habens ad dimidium lateris parallelogrammi, quod eſt radius rotationis, vt parallelogrammum, ad figuram ad interceptam inter centrum rotationis, & centrum grauitatis figuræ.

Eſto



ESto ABC, quælibet figura circa diametrum BD, cum rectangulo FC, ſibi circumſcripto quæ etiam cum ipſo rotetur circa AC, vt BD, ſit radius rotationis, & HD, eius dimidia. Sit N, centrum grauitatis figuræ, & ſit OD, ad DH, vt FC, ad ABC. Dico cylindrum ex rectangulo FC, circa AC, eſſe ad ſolidum ex ABC, circa AC, vt OD, ad DN. Præſens propoſitio faciliter deducatur ex propoſit. 3. vniuerſaliſſima lib. 3. Ex illa enim propoſit. eſt cylindrus ad ſolidum in ratione compoſita ex ratione FC, ad ABC, & HD, ad DN. Sed vt FC, ad ABC, ſic OD, ad DH. Ergo & in ratione compoſita ex OD, ad DH, & DH, ad DN. Nempe vt OD, ad DN. Quod &c.

COROLLARIVM.

Ergo ſi rectangulum F C, erit duplum figuræ A B C, erit cylindrus ad ſolidum, vt radius rotationis B D, ad ipſam D N.

SCHOLIVM I.

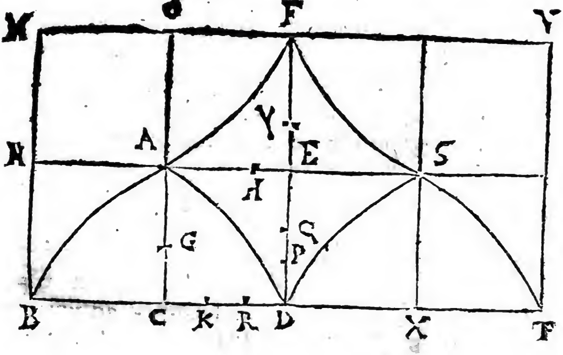
Ex dicta ergo doctrina faciliter eliciemus menſuram quatuor ſolidorum. Primo cogitemus primam quartam Lilij parabolici F A B D, cum rectangulo M D, rotari circa axim F D. Erit cylindrus M T, ad ſolidum B A F S T, vt duplus numerus parabolæ quaternario auctus, ad numerum parabolæ vnitate auctum. Sic enim ex propoſit. 2. eſt B D, ad D K.

Secundo rotatio fiat circa M B. Quia ex eadem propoſit. eſt D B, ad B k, vt duplus numerus quaternario auctus, ad numerum ternario auctum: ſic etiam erit cylindrus ex rectangulo, ad ſolidum ex figura.

Tertio rotatio fiat circa B D. Iam ex propoſit. 1. eſt F D, ad D Q, vt quadruplus numerus binario auctus, ad numerum vnitate auctum. Ergo & ſic cylindrus ad ſolidum.

Quarto demum rotatio fiat circa M F. Cylindrus erit ad ſolidum, vt quadruplus numerus binario auctus, ad triplum numerum vnitate auctum.

SCHO-



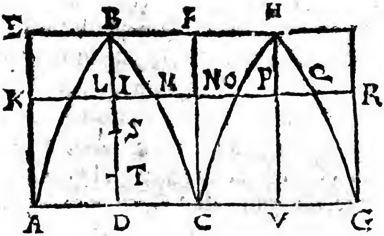
SCHOLIVM II.

Si ſuper figura, & ſuper rectangulo concipiantur cylindrici recti æquealti,ſecti vel plano diagonaliter tranſeunte per F D, & per latus oppoſitum ipſi M B: vel per B D, & per latus oppoſitum ipſi M F. Omnium truncorum cylindrici ſuper F A B D, exiſtentes,vtroque modo reſecti,habebimus cubationes,ex doctrinis traditis in propoſit. 10.lib. 2.

PROPOSITIO IV.

Si quælibet ex infinitis parabolis voluatur circa latus rectanguli ſibi circumſcripti axi parallelum. Erit ſolidum ex parabola, ad duplum conicum ex trilineo circa baſim reuoluto, vt rectangulum ſub numero parabolæ binario aucto, & ſub numero parabolæ, ad vnitatem.

PArabola quælibet A B C, voluatur circa F C, latus rectanguli ſibi circumſcripti axi B D, parallelum. Dico ſolidum A B C H G, eſſe ad duplum conicum B C H, vt rectangulum ſub numero parabolæ, & ſub numero binario aucto, ad vnitatem. Nempe in pri. vt 3. ad 1. In ſec. vt 8. ad 1. In ter. vt 15. ad 1. Et ſic in infinitum. Nam ex conuerſo coroll. pri. propoſit. 11. lib. 2. eſt ſolidum A B C H G, ad cylindrum E G, vt numerus parabolæ, ad numerum parabolæ vnitate auctum: nempe vt rectangulum ſub numero parabolæ, & ſub numero parabolæ binario aucto, ad rectangulum ſub numero parabolæ vnitate aucto, & ſub numero parabolæ binario aucto. Item ex ſec. part. propoſit. 15. citat. lib. eſt per conuerſionem rationis, cylindrus B V, ad conicum B C H, vt rectangulum ſub numero parabolæ vnitate aucto, & ſub numero parabolæ binario aucto, ad binarium. Et ad duplum conicum B C H, vt dictum antecedens ad quaternarium. Ergo cylindrus E G, quadruplus cylindri B V, erit ad duplum conicum, vt



vt quadruplum antecedens, ad quaternarium. Nempe, vt vnicum antecedens, ad vnitatem. Ergo ex æquali, erit ſolidum ABCHG, ad duplum conicum BCH, vt rectangulum ſub numero, & ſub numero binario aucto, ad vnitatem. Quod &c.

PROPOSITIO V.

Si quædam magnitudo ſecetur in quotcunque partes æquales. Quadratum aggregati ex omnibus, minus quadrato vnius, eſt æquale rectangulo ſub aggregato omnium vna plus, & ſub omnibus vna minus.



MAgnitudo AD, ſit diuiſa in quotcunque partes æquales, quarum vna DC, & ipſi ſit æqualis BD. Dico quadratum AD, mi nus quadrato

CD,

CD, æquale eſſe rectangulo BAC, quod fit ſub BA, aggregato omnium, vna plus, & AC, aggregato omnium, vna minus. Nam quadratum AD, æquatur quadratis AC, CD, & duobus rectangulis DCA; quæ duo rectangula ſunt æqualia rectangulo BCA; quod cum quadrato AC, facit rectangulum BAC. Ergo quadratum AD, æquatur rectangulo BAC, cum quadrato CD. Quo hinc inde ablato: rectangulum BAC, æquatur quadrato AD, minus quadrato CD. Quod &c.

PROPOSITIO VI.

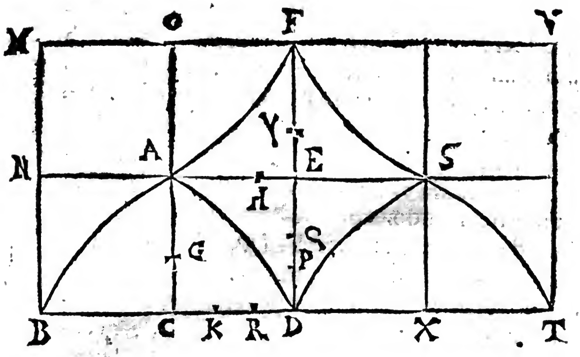
Centrum grauitatis ſolidi geniti ex reuolutione primæ quartæ Lilij circa axim, ſic diuidit axim, vt pars ad verticem, ſit ad reliquam, vt rectangulum ſub duplo numero parabolæ vnitate aucto, & ſub numero parabolæ vnitate aucto, vna cum rectangulo ſub numero, & ſub numero binario aucto, ad rectangulum ſub numero, & ſub numero vnitate aucto, vna cum quadrato vnitatis.

SIt BAFST, ſolidum genitum ex reuolutione primæ quartæ Lilij parabolici circa axim FD, & ſit Q, eius centrum grauitatis. Dico FQ, ad QD, eſſe in dicta ratione. Nempe in primo, duplus numerus, vnitate auctus eſt 3. numerus vnitate auctus eſt 2. rectangulum 6. Rectangulum ſub numero binario aucto, nempe ſub 3. & ſub numero, nempe ſub 1. 3. Aggregatum rectangulorum 9. Pariter

re-

rectangulum ſub numero vnitate aucto, nempe ſub 2. & ſub numero 1. eſt 2. cum quadrato vnitatis 3. Ergo F Q, ad Q D, vt 9. ad 3. ſeù vt 3. ad 1. In ſecundo rectangulum ſub numero vnitate aucto, & ſub duplo numero vnitate aucto eſt 15. Rectangulum ſub numero, & ſub numero binario aucto eſt 8. Aggregatum rectangulorum 23. Pariter rectangulum ſub numero, & ſub numero vnitate aucto 6. cum quadrato vnitatis, 7. Ergo eſt F Q, ad Q D, vt 23. ad 7. Et ſic diſcurrendo.

Diuidatur E D, in P, vt ſit E P, ad P D, vt numerus vnitate auctus, ad numerum. Ergo ex ſchol. propoſit. 29. Miſcell. Hyperb. punctum P, erit centrum grauitatis ſolidi B A D S T. Sed Q, eſt centrum grauitatis totius ſolidi B A F S T, & E, eſt centrum grauitatis ſolidi F A D S. Ergo erit reciprocè E Q, ad Q P, vt ſolidum B A D S T, ad ſolidum F A D S: nempe ex propoſit. 4. vt rectangulum ſub numero binario aucto, & ſub numero, ad vnitatem. Tunc. Quoniam E P, eſt ad P D, vt numerus vnitate auctus, ad numerum: nempe (ducendo in numerum vnitate auctum) vt quadratum numeri vnitate aucti, ad rectangulum ſub numero, & ſub numero vnitate aucto. Ergo componendo, E D, ſeù F E, erit ad D P, vt quadratum numeri vnitate aucti, cum rectangulo ſub numero, & ſub numero vnitate aucto (nempe vt rectangulum ſub duplo numero vnitate aucto, & ſub numero vnitate aucto) ad rectangulum ſub numero vnitate aucto, & ſub numero.



ro. Quorum ergo E D, vel F E, eſt rectangulum ſub duplo numero vnitate aucto, & ſub numero vnitate aucto; E P, eſt quadratum numeri vnitate aucti; & D P, rectangulum ſub numero vnitate aucto, & ſub numero. Sed quorum E P, eſt quadratum numeri vnitate aucti, & ex propoſit. anteced. quadratum ipſius minus quadrato vnitatis, eſt æquale rectangulo ſub omnibus ſuis partibus vna plus, & ſub omnibus vna minus, nempe rectangulo ſub numero parabolæ binario aucto, & ſub numero: & E Q, eſt ad Q P, vt dictum rectangulum, ad vnitatem. Ergo quorum E P, eſt quadratum numeri vnitate aucti, erit E Q, rectangulum ſub numero binario au-

cto,

cto, & ſub numero, & QP, vnitas, ſeù quadratum vnitatis. Sed talium erat FE, rectangulum ſub duplo numero vnitate aucto, & ſub numero vnitate aucto. Ergo talium erit tota FQ, rectangulum ſub duplò numero vnitate aucto, & ſub numero vnitate aucto, & rectangulum ſub numero binario aucto, & ſub numero. Pariter talium erat PD, rectangulum ſub numero, & ſub numero vnitate aucto, & QP, quadratum vnitatis: vnde QD, eſt dictum rectangulum, cum quadrato vnitatis. Ergo erit FQ, ad QD, vt rectangulum ſub duplo numero vnitate aucto, & ſub numero vnitate aucto, vnà cum rectangulo ſub numero binario aucto, & ſub numero, ad rectangulum ſub numero, & ſub numero vnitate aucto, vna cum quadrato vnitatis. Quod &c.

SCHOLIVM I.

Ex Q, autem centro grauitatis ſolidi BAFST; ex E, centro grauitatis cylindri MT; & ex ratione ſolidi ad exceſſum cylindri ſupra ipſum, licebit reperire centrum grauitatis dicti exceſſus. Cumque dictus exceſſus ſit æqualis, ſed inuersè poſitus, ſolido genito, ex BAFD, reuoluta circa MB; etiam dicti ſolidi habebimus centrum grauitatis. Porrò hoc centrum non diuidit FD, vel MB, ſecundum aliquam pulchram ſeriem. In omni vero parabola licebit exprimere numero, in qua ratione ſecetur. V.g. in parabola quadratica. Quoniam, quorum FE,

erat 15. E Q, erat 8. Ergo quorum Q E, eſt 5. Erit F E $9.\frac{3}{8}$. Sed cum ex numero pri. ſchol. pri. propoſ. 3. ſit diuidendo, exceſſus cylindri ſupra ſolidum ad ſolidum, vt numerus ternario auctus, ad numerum vnitate auctum; ſi fiat Q E, ad E Y, reciprocè, vt exceſſus cylindri ſupra ſolidum ad ſolidum; quorum Q E, erit 5. talium E Y, erit 3. & reliqua F Y, $6.\frac{3}{8}$. Cum verò talium ſit F D, $18.\frac{6}{8}$. Erit reliqua D Y, $12.\frac{3}{8}$. Eſt ergo F Y, ad Y D, vt $6.\frac{3}{8}$. ad $12.\frac{3}{8}$. nempe vt 17. ad 33.

SCHOLIVM II.

Cylindricus rectus conceptus ſuper figura BAFD, & ſectus plano diagonaliter tranſeunte per F D, & per punctum in latere erecto à puncto B, cum habeat ſuos truncos proportionaliter analogos cum dictis ſolidis ex B A F D, reuoluta circa F D: & circa M B: ſi hi appendantur ſecundum F D, in ipſa ſciemus quænam ſint ipſorum centra æquilibrij.

PROPOSITIO VII.

Si prima quarta Lilij Parabolici voluatur circa baſim. Erit fuſus parabolicus ex parabola, ad annulum ſtrictum ex trilineo, vt quadratum numeri parabolæ, ad rectangulum ſub numero duplo parabolæ vnitate aucto, & ſub vnitate.

In

IN ſchemate poſito in pagina 145. FABD, rotetur circa baſim BD. Fuſus parabolicus ABSD, erit ad FADST, annulum ſtrictum, ex trilineo FAD, vt dictum eſt. Nempe in prima, vt 1. ad 3. In ſec. vt 4. ad 5. In tertia, vt 9. ad 7. Et ſic in infinitum. Nempe, vt quadrata omnium numerorum, ad omnes numeros impares incipientes à ternario.

Nam, ex prim. parte propoſit. 14. lib. 2. conuertendo, eſt fuſus ABSD, ad cylindrum NX, vt quadratum numeri parabolæ, ad rectangulum ſub dimidio numeri parabolæ vnitate aucti, & ſub duplo numero parabolæ aucto vnitate: nempe ad rectangulum ſub numero vnitate aucto, & ſub numero aucto dimidia vnitate. Ergo ad cylindrum MT, quadruplum cylindri NX, erit vt quadratum numeri, ad quadruplum dictum rectangulum: nempe ad rectangulum ſub numero vnitate aucto, & ſub quadruplo numero binario aucto. Item cylindrus OT, eſt ad annulum FADST, ex coroll. 5. propoſit. 11. lib. 2. vt numerus parabolæ vnitate auctus, ad vnitatem. Ergo cylindrus MT, eius duplus, erit ad dictum annulum, vt duplus numerus binario auctus, ad vnitatem: nempe, vt numerus vnitate auctus, ad dimidium vnitatis: nempe, vt rectangulum ſub numero vnitate aucto, & ſub quadruplo numero binario aucto, ad rectangulum ſub quadruplo numero binario aucto, & ſub dimidio vnitatis: nempe ad rectangulum ſub duplo numero vnitate aucto, & ſub vnitate.

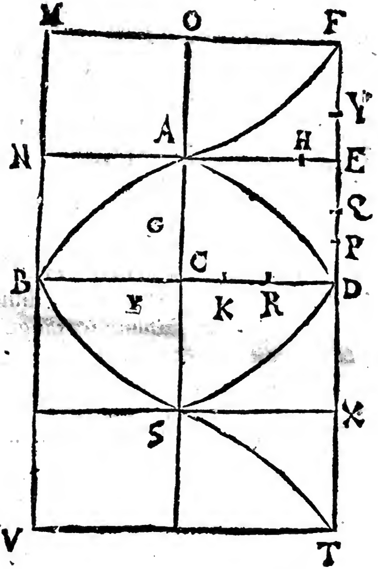
Quare ex æquali, erit fuſus ad annulum, vt quadratum numeri, ad rectangulum ſub duplo numero vnitate aucto, & ſub vnitate. Cumque, quo ad numeros (licet diuerſæ naturæ) idem numerus ſit rectangulum ſub duplo numero vnitate aucto, & ſub vnitate, ac duplus numerus vnitate auctus. Erit fuſus ad annulum, vt quadratum numeri, ad duplum numerum vnitate auctum.

PROPOSITIO VIII.

Centrum grauitatis ſolidi ex prima quarta Lilij parabolici reuoluta circa baſim, ſic diuidit ipſam, vt pars terminata ad curuam, ſit ad reliquam, vt rectangulum ſub numero parabolæ binario aucto, & ſub numero vnitate aucto, vnà cum rectangulo ſub vnitate, & ſub duplo numero vnitate aucto, ad rectangulum ſub numero vnitate aucto, & ſub vnitate, vnà cum quadrato numeri.

ESto FABST, ſolidum ortum ex reuolutione primæ quartæ Lilij parabolici FABD, circa baſim BD; & ſit BD, ſic ſecta in K, vt K, ſit centrum grauitatis ſolidi FABST. Dico, eſſe BK, ad kD, vt dictum fuit. Nempe in prima, vt 9. ad 3. In ſec. vt 17. ad 7. In tertia, vt 27. ad 13. Et ſic in infinitum. Sit R, centrum grauitatis annuli FADST. Ergo ex ſchol. propoſit. 29. miſcell. hyperb. erit CR, ad RD, vt numerus vnitate auctus, ad vnitatem: nempe, vt quadratum numeri parabolæ vnitate au-

cti,

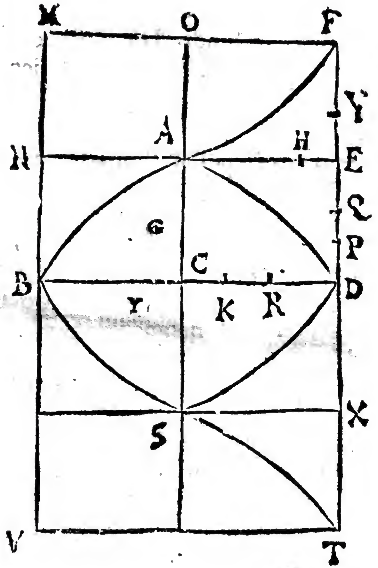


ʃti,ad rectangulum ſub numero parabolæ vnitate au-
cto, & ſub vnitate. Et componendo, erit C D, ad
ad D R, vt quadratum dictum, cum dicto rectangu-
lo, ad dictum rectangulum: nempe vt rectangulum
ſub numero vnitate aucto, & ſub numero binario au-
cto, ad rectangulum ſub numero vnitate aucto, & ſub

vni-

vnitate. Quorum, ergo CD, vel BC, eſt rectangulum ſub numero vnitate aucto, & ſub numero binario aucto; DR, eſt rectangulum ſub vnitate, & ſub numero vnitate aucto; & CR, eſt quadratum numeri vnitate aucti. Cum verò k, ſit centrum grauitatis totius ſolidi, erit reciprocè CK, ad KR, vt annulus FADST, ad fuſum ABSD: nempe ex propoſit. anteced. conuertendo, vt rectangulum ſub duplo numero vnitate aucto, & ſub vnitate, ad quadratum numeri parabolæ. Sed rectangulum ſub duplo numero vnitate aucto, & ſub vnitate, vnà cum quadrato numeri, facit quadratum numeri vnitate aucti (quadratum enim numeri vnitate aucti, diuiditur in quadratum numeri, & in duplum rectangulum ſub numero, & ſub vnitate, & in quadratum vnitatis, quod cum dictis duobus rectangulis facit rectangulum ſub duplo numero vnitate aucto, & ſub vnitate.) Ergo quorum CR, eſt quadratum numeri vnitate aucti, & reliqua vt explicatum fuit, erit CK, rectangulum ſub duplo numero vnitate aucto, & ſub vnitate, & kR, quadratum numeri. Bk, ergo compoſita ex BC, Ck, erit rectangulum ſub numero binario aucto, & ſub numero vnitate aucto, cum rectangulo ſub vnitate, & ſub duplo numero vnitate aucto. Pariter kD, compoſita ex DR, Rk, erit rectangulum ſub vnitate, & ſub numero vnitate aucto, vna cum quadrato numeri. Quod erat probandum.

SCHO-



SCHOLIVM I.

Ex k, verò centro grauitatis ſolidi F A B S T; ex C, centro grauitatis cylindri M T; & ex ratione exceſſus cylindri ſupra ſolidum, ad ipſum ſolidum, poterit

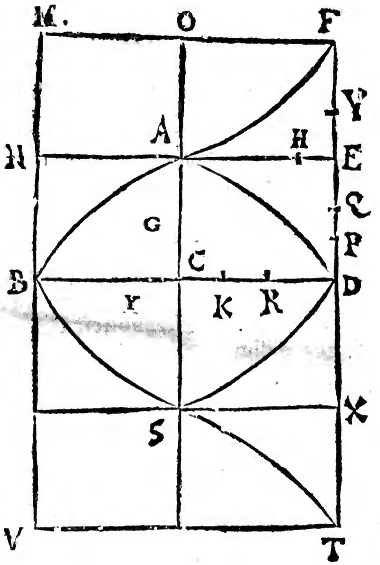
terit hauri in B D, centrum grauitatis dicti exceſſus. Qui cum ſit æqualis ſolido orto ex rotatione FABD, circa MF: etiam in MF, inuenietur centrum grauitatis dicti ſolidi. Hoc verò non ſecat nec BD, nec MF, ſecundum aliquam ſeriem ordinatam, quamuis numero exprimibilem. In parabola quadratica, quorum BC, eſt 12. Ck, eſt 5. Ergo quorum Ck, erit 7. talium BC, erit 16. $\frac{4}{5}$. Sed ex ſchol. 2. propoſit. 1. colligitur, quod ſi fiat, vt exceſſus cylindri ſupra ſolidum ad ſolidum, ſic KC, ad CY, vt ſit Y, centrum grauitatis dicti exceſſus, quorum KC, erit 7. talium CY, erit 3. Ergo talium reliqua BY, erit 13. $\frac{4}{5}$. Erit Ergo BY, ad YD, vt 13. $\frac{4}{5}$, ad 19. $\frac{4}{5}$. nempe, vt 23. ad 33.

SCHOLIVM II.

In ijſdem rationibus ſecabitur BD, a centris æquilibrij truncorum cylindrici ſuper BAFD, exiſtentis, ac reſecti plano diagonaliter tranſeunte per BD, & per punctum in latere erecto à puncto F, ſecundum BD, ſuſpenſorum.

SCHOLIVM III.

Exploſis ijs, quæ attinent ad primam quartam Lilij parabolici, examinare nunc debemus ea, ad ſecundam quartam eiuſdemmet Lilij ſpectantia: ſed in hac ſectione procedemus contrario modo, ac factum



ctum fuit in præcedenti. Nam in illa, ex centris æquilibrij figuræ repertis tam in axi, quam in baſi, deduximus menſuras ſolidorum ex figura. Nunc indagabimus menſuras ſolidorum, & ex ipſis agnoſcemus centra æquilibrij figuræ. Recogitet ergo lector, nos pro ſecunda quarta Lilij parabolici intelligere

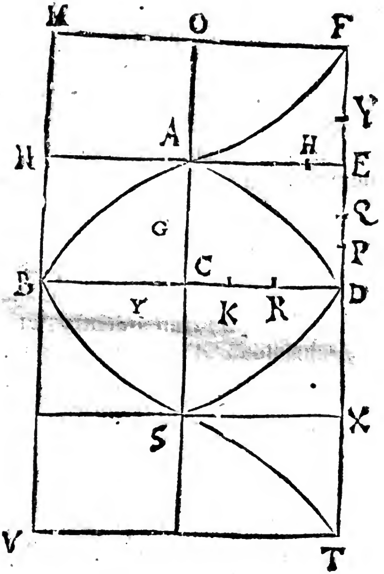
figuram F A B D, in qua B A D, ſint duæ ſemiparabolæ aptatis baſibus A C, adeò vt B C, C D, ſint ipſarum axes, & quibus accedant duo trilinea, quæ conſtituant trilineum F A D.

PROPOSITIO IX.

Si ſecunda quarta Lilij parabolici voluatur circa baſim, cum rectangulo ſibi circumſcripto. Erit cylindrus ad ſolidum, vt quadruplus numerus parabolæ octonario auctus, ad numerum binario auctum, vnà cum duabus partibus vnitatis diuiſæ ſecundum numerum vnitate auctum.

SEcunda quarta Lilij parabolici F A B D, voluatur circa baſim B D, (ſic enim ipſam vocabimus, quamuis ſit diametri parabolarum, & F D, axim appellabimus) cum M D, rectangulo ſibi circumſcripto. Aſſero, cylindrum M T, eſſe ad ſolidum F A B S T, vt quadruplus numerus parabolæ octonario auctus, ad numerum binario auctum, vnà cum duabus partibus vnitatis diuiſæ ſecundum numerum vnitate auctum. Nempe in prima, vt 12. ad 3. cum duobus dimidijs vnitatis: nempe ad 4. In ſecunda, vt 16. ad 4. cum $\frac{2}{3}$. In tertia, vt 20. ad 5. cum $\frac{2}{4}$. Et ſic in infinitum.

Quoniam enim ex propoſit. 15. lib. 2. eſt cylindrus N X, ad ſolidum B A D S, quod erit conſtans ex duobus conoidibus, vt numerus parabolæ auctus binario, ad numerum parabolæ. Ergo cylindrus M T,



MT, quadruplus cylindri NX, erit ad dictum ſolidum, vt quadruplus numerus octonario auctus, ad numerum. Pariter, quoniam ex coroll. 6 propoſit. 11. cit. lib. eſt cylindrus OT, ad annulum FADST, vt numerus parabolæ vnitate auctus, ad vnitatem. Ergo cylindrus MT, eius duplus, erit ad dictum an-

 nulum,

nulum, vt duplus numerus binario auctus, ad vnitatem: nempe, vt quadruplus numerus quaternario auctus, ad binarium. Sed cum quam proportionem habet quadruplus numerus quaternario auctus, ad binarium, eandem habeat quaternarium, ad vnicam partem binarij diuiſi in tot partes quotus eſt numerus vnitate auctus: nempe ad duas partes vnitatis ſic diuiſæ. Erit & vt vnum antecedens, ad vnum conſequens, ſic ambo antecedentia, ad ambo conſequentia: nempe, vt quadruplus numerus quaternario auctus, ad binarium, ſic quadruplus numerus, octonario auctus, ad binarium, vnà cum duabus partibus vnitatis diuiſæ ſecundum numerum vnitate auctum. Quare colligendo ambo conſequentia, erit cylindrus MT, ad ſolidum FABST, vt quadruplus numerus octonario auctus, ad numerum binario auctum, vnà cum duabus partibus vnitatis diuiſæ ſecundum numerum vnitate auctum. Quod erat oſtendendum.

SCHOLIVM I.

Ergo cylindrus erit ad exceſſum ſui ſupra ſolidum, vt dictum antecedens, ad triplum numerum quinario auctum, vnà cum reliquis partibus vnitatis diuiſæ ſecundum numerum vnitate auctum, duabus ablatis. Nempe in prima, vt 12. ad 8. In ſec. vt 16. ad 11. $\frac{1}{3}$. In tertia, vt 20. ad 14. $\frac{2}{4}$. Et ſic in infinitum. Et diuidendo, erit exceſſus cylindri ſupra ſolidum ad ſoli-

ſolidum, vt triplus numerus quinario auctus, vnà cum illis partibus vnitatis, ad numerum binario auctum, cum illis duabus partibus vnitatis.

Cum verò exceſſus cylindri ſupra ſolidum æqualis ſit illi oriundo ex reuolutione F A B D, circa M F: eandem rationem habet cylindrus ad illud ſolidum, quam ad exceſſum: & ſolidum ex B A F D, circa M F, erit ad ſolidum circa B D, in dicta ratione.

Sed cum diuiſa F D, in Q, à centro æquilibrij figuræ F A B D, appenſæ ſecundum F D, ſit F Q, ad Q D, vt ſolidum figuræ circa M F, ad ſolidum figuræ circa B D, ex propoſit.4. lib.3. Sequitur, centrum æquilibrij ſecundæ quartæ Lilij F A B D, appenſæ ſecundum axim F D, ità ſecare ipſum, vt F Q, ſit ad Q D, vt triplus numerus parabolæ quinario auctus, vnà cum reliquis partibus vnitatis diuiſæ ſecundum numerum vnitate auctum, ablatis duabus, ad numerum binario auctum, vnà cum reliquis duabus partibus vnitatis ſic diuiſæ.

SCHOLIVM II.

Sed ex dictis, non ſolum deducemus explicata, ſed etiam alia. Nam primò, ex menſura cylindri ad ipſa ſolida, deducemus cubationes truncorum cylindrici recti exiſtentis ſuper F A B D, ac reſecti plano diagonaliter tranſeunte per B D, & per punctum in latere erecto à puncto F.

Secundò, duplicata figura in B A F S T, & ipſa

reuo-

reuoluta tam circa V T, quam circa ipſi parallelam vtcunque diſtantem, vt generentur annuli ſtrictus, & latus. Horum annulorum ſiue in V T, ſiue in illi parallela habebimus centra grauitatis.

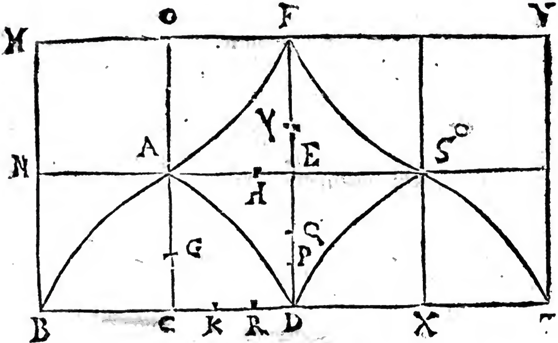
Tertiò, mente intellecta duplicata figura ad parteſ M B, & facta reuolutione, vel circa F D, vel circa ſæpe explicatam parallelam. Nihilominus annulorum genitorum habebimus centra grauitatis. Sed cum hæc facilè poſſint intelligi ex ſæpe ſæpius decantatis, ſufficiat nobis ipſa indicaſſe.

PROPOSITIO X.

Si ſecunda quarta Lilij parabolici voluatur circa axim, cum rectangulo ſibi circumſcripto. Erit cylindrus ad ſolidum, vt octuplus numerus parabolæ octonario auctus, ad quadruplum numerum vnitate auctum, vnà cum vnica parte vnitatis diuiſæ in tot partes, quotus eſt duplus numerus vnitate auctus.

SEd ſecunda quarta Lilij B A F D, voluatur circa axim F D. Dico cylindrum M T, eſſe ad ſolidum B A F S T, in dicta ratione. Nempe in prima parabola, vt 16. ad 5. $\frac{1}{3}$. In ſecunda, vt 24. ad 9. $\frac{1}{5}$. In tertia, vt 32. ad 13. $\frac{1}{7}$. Et ſic in infinitum.

Cylindrus N T, eſt ad annulum B A D S T, ex coroll. 2. propoſit. 11. lib. 2. vt numerus vnitate auctus, ad numerum. Ergo cylindrus M T, duplus cylindri N T, erit ad dictum annulum, vt duplus numerus



merus binario auctus, ad numerum: nempe, vt octu-plus numerus octonario auctus, ad quadruplum numerum. Ex ſchol. 3. propoſit. 14. eiuſdem libri, eſt cylindrus OX, ad ſolidum FADS, vt duplus numerus vnitate auctus, ad vnitatem. Ergò cylindrus MT, quadruplus cylindri OX, erit ad dictum ſolidum, vt octuplus numerus quaternario auctus, ad vnitatem. Cum verò ſit, vt octuplus numerus quaternario auctus, ad vnitatem, ſic quaternarium, ad vnicam partem vnitatis diuiſæ ſecundum duplum numerum vnitate auctum; erit & vt vnum antecedentium, ad vnum conſequentium, ſic omnia antecedentia, ad omnia conſequentia. Quare erit, vt octu-

octuplus numerus quaternario auctus, ad vnitatem, ſic octuplus numerus octonario auctus, ad vnitatem, vnà cum vnica parte vnitatis diuiſæ ſecundum duplum numerum vnitate auctum. Quare etiam cylindrus M T, erit ad ſolidum F A D S, vt octuplus numerus octonario auctus, ad vnitatem, cum vnica parte vnitatis diuiſæ ſecundum duplum numerum vnitate auctum. Et colligendo ambo conſequentia, erit cylindrus M T, ad ſolidum B A F S T, vt octuplus numerus octonario auctus, ad quadruplum numerum vnitate auctum, vnà cum ſæpe dicta parte vnitatis. Quod erat oſtendendum.

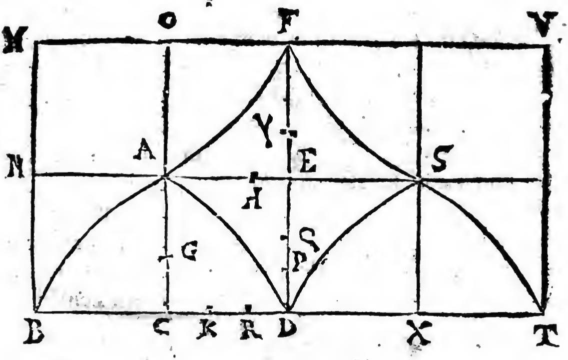
SCHOLIVM I.

Cylindrus ergo ad exceſſum ſui ſupra ſolidum, erit vt octuplus numerus octonario auctus, ad quadruplum numerum ſenario auctum, vna cum reliquis partibus vnitatis. Nempe in prima, vt 16. ad 10. $\frac{2}{3}$. In ſec. vt 24. ad 14. $\frac{4}{5}$. In tertia, vt 32. ad 18. $\frac{6}{7}$. Et ſic in infinitum.

Aſt prædictus exceſſus æquatur ſolido, quod orietur ex reuolutione F A B D, circa M B. Ergo cylindrus erit ad præfatum ſolidum in antedictis rationibus.

Solidum etiam ex F A B D, circa M B, erit ad ſolidum ex eadem circa F D, vt quadruplus numerus ſenario auctus, vnà cum illis partibus vnitatis, ad

qua-



quadruplum numerum vnitate auctum, vnà cum dicta parte vnitatis.

Porrò ex propoſit. 4. lib. 3. de Infinit. parabol. exiſtente k, centro æquilibrij figuræ B A F D, appenſæ ſecundum B D, eſt B k, ad K D, vt ſolidum ex figura circa M B, ad ſolidum ex figura circa F D. Ergo & B K, erit ad K D, vt quadruplus numerus ſenario auctus, vnà cum illis partibus vnitatis, ad quadruplum numerum vnitate auctum, vnà cum illa vnica parte vnitatis.

SCHOLIVM II.

Cylindrus rectus ſuper BAFD, exiſtens ſecetur plano diagonaliter tranſeunte per FD, & per punctum in latere erecto à puncto B. Trunci cylindrici erunt cubati.

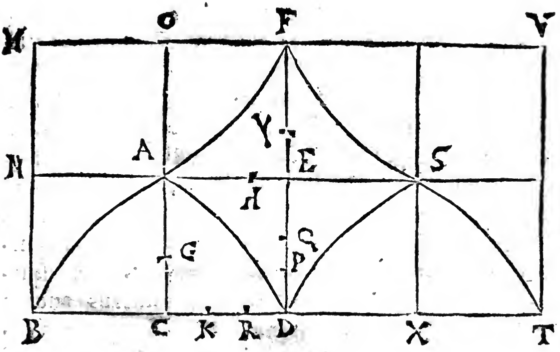
Figura FABD, ſit duplicata in FABST, In ſchemate poſito pagina 251. & intelligatur rotari circa MF. Annuli ſtricti geniti dabitur in MF, centrum grauitatis. Quod ſi rotaretur circa aliam MF, parallelam, vt generaretur annulus latus: non per hoc ignoraretur annuli lati centrum grauitatis.

FABD, ſit duplicata ad partes MF, & rotatio duplicatæ figuræ fiat vel circa BD, vel circa aliam parallelam, &c. Vtrorumque annulorum, nempe & ſtricti, & lati habebimus centra grauitatis.

PROPOSITIO XI.

Si quælibet duplicata ſemiparabola circa baſim voluatur circa latus rectanguli circumſcripti baſi parallelum. Erit annulus ex duplicata ſemiparabola, ad duplum conicum ex trilineo, vt quadruplus numerus parabolæ, ad vnitatem, vnà cum vnica parte vnitatis diuiſæ ſecundum duplum numerum vnitate auctum.

Du-



DVplicata ſemiparabola ABD, circa baſim AC, cum duplicato trilineo FAD, rotetur circa FD. Dico annulum BADST, eſſe ad ſolidum FADS, vt dictum fuit. Nempe in prima, vt 4. ad 1. $\frac{1}{3}$. In ſec. vt 8. ad 1. $\frac{1}{3}$. In tertia, vt 12. ad 1. $\frac{1}{3}$. Et ſic diſcurrendo.

Annulus BADST, eſt ad cylindrum NT, ex coroll. 2. propoſit. 11. lib. 2. vt numerus parabolæ, ad numerum vnitate auctum: ſeù vt quadruplus numerus parabolæ, ad quadruplum numerum quaternario auctum. Item ex ſchol. 3. propoſit. 14. eiuſd. libri, eſt cylindrus AX, ad conicum ADS; ſeù cylindrus OX, ad ſolidum FADS, vt duplus nume-

rus vnitate auctus, ad vnitatem. Ergo cylindrus NT, duplus cylindri OX, erit ad ſolidum FADS, vt quadruplus numerus binario auctus, ad vnitatem. Porrò, vt quadruplus numerus binario auctus, ad vnitatem, ſic eſt binarium, ad duas partes vnitatis diuiſæ ſecundum quadruplum numerum binario auctum: quibus partibus æquatur vnica pars vnitatis diuiſæ ſecundum duplum numerum vnitate auctum. Ergo & vt vnum antecedentium, ad vnum conſequentium, ſic ambo antecedentia, ad ambo conſequentia. Erit ergo, vt quadruplus numerus binario auctus, ad vnitatem; nempe ex dictis, vt cylindrus NT, ad ſolidum FADS, ſic quadruplus numerus auctus quaternario, ad vnitatem, cum vnica parte vnitatis ſectæ ſecundum duplum numerum vnitate auctum. Sed erat etiam annulus BADST, ad cylindrum NT, vt quadruplus numerus, ad quadruplum numerum quaternario auctum. Ergo ex æquali, erit BADST, ad ſolidum FADS, vt quadruplus numerus, ad vnitatem, vnà cum vnica parte vnitatis diuiſæ ſecundum duplum numerum vnitate auctum.

PROPOSITIO XII.

Centrum grauitatis ſolidi ex ſecunda quarta Lilij parabolici circa axim reuoluta centrum grauitatis aſſignare in axi.

Se-

SEcunda quarta Lilij parabolici B A F D, rotetur circa F D. Oportet ſolidi B A F S T, in F D, centrum grauitatis aſſignare. Secetur E D, in P, vt ſit E P, ad P D, vt numerus ternario auctus, ad numerum vnitate auctum. Ergo ex ſchol. propoſit. 29. miſcell. hyperb. pag. 102. erit P, centrum grauitatis annuli. Item ſecetur E P, in Q, vt ſit E Q, ad Q P, vt quadruplus numerus, ad vnitatem, vnà cum vnica parte vnitatis ſectæ ſecundum duplum numerum vnitate auctum: nempe reciprocè, ex propoſit. antecedent. vt annulus B A D S T, ad ſolidum F A D S. Ergo erit inuentum Q, centrum grauitatis ſolidi B A F S T. Hoc ergo ſecat E D, dimidiam F D, prius in P, vt ſit E P, ad P D, vt numerus ternario auctus, ad numerum vnitate auctum: deinde ſic E P, in Q, vt ſit E Q, ad Q P, vt quadruplus numerus, ad vnitatem, cum vnica parte vnitatis ſectæ ſecundum duplum numerum vnitate auctum.

SCHOLIVM I.

Neſcimus F D, ſecari à Q, ſecundum aliquam ſeriem ordinatam. In numeris verò poterit in quolibet tali ſolido aſſignari ratio F Q, ad Q D. Sed quomodo hæc ſit indaganda experiatur lector.

Sicuti cum facilè poſſit percipere ex centro Q, ſolidi B A F S T; ex E, centro cylindri M T; & ex ratione exceſſus cylindri ſupra ſolidum, ad ipſum ſolidum, poſſe aſſignari in F D, centrum grauitatis

dicti

dicti exceſſus: & conſequenter in MB, centrum grauitatis ſolidi ex FABD, reuoluta circa MB, quod omniquaque æquatur dicto exceſſui, à quo ſolum diſcrepat, quia eſt inuersè poſſitum: videat ipſe, quomodo hoc in numeris poſſit indagari.

SCHOLIVM II.

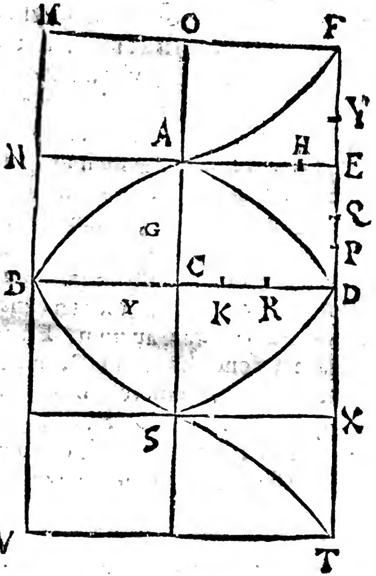
Cylindricus rectus ſuper BAFD, exiſtens, & ſectus diagonaliter plano tranſeunte per FD, & per punctum in latere erecto à puncto B, eſt quoad ſuos truncos proportionaliter analogus cum ſolidis ex BAFD, reuoluta tam circa FD, quam circa MB, ex ſæpe dictis. Ergo etiam truncorum dicti cylindrici ſecundum FD, appenſorum, erunt indagata in FD, centra æquilibrij.

PROPOSITIO XIII.

Si ſecunda quarta Lilij parabolici rotetur circa baſim. Erit duplicatum conoides ex duplicata ſemiparabola, ad annulum ex trilineo, vt numerus parabolæ, ad binarium, vnà cum duabus partibus vnitatis diuiſæ ſecundum numerum vnitate auctum.

SEcunda quarta Lilij parabolici FABD, rotetur circa BD, vt fiat ſolidum FABST. Dico ſolidum BADS, quod erit duplicatum conoides, eſſe ad ſolidum FADST, in dicta ratione.

Nen-



Nempe in pri. vt 1. ad 2. $\frac{2}{2}$. nempe ad 3. In ſec. vt 2. ad 2. $\frac{2}{3}$. In tertia, vt 3. ad 2. $\frac{2}{4}$. Et ſic in alijs. Ex propoſit. 15. lib. 2. eſt conuertendo, duplicatum conoides ABSD, ad cylindrum NX, vt numerus parabolæ, ad numerum binariò auctum. Ex coroll. 6. propoſit. 11. eiuſd. lib. eſt cylindrus OT, ad ſoli-

dum

dum FADST, vt numerus vnitate auctus, ad vnitatem: nempe vt duplus numerus binario auctus, ad binarium. Ergo cylindrus dimidium cylindri OT, nempe cylindrus NX, erit ad ſolidum FADST, vt numerus vnitate auctus, ad binarium. Sed cum ſit vt numerus vnitate auctus, ad binarium, ſic vnitas ad duas partes vnitatis diuiſæ ſecundum numerum vnitate auctum. Ergo & vt vnum antecedentium, ad vnum conſequentium, ſic ambo antecedentia, ad ambo conſequentia. Ergo vt numerus vnitate auctus, ad binarium, nempe vt cylindrus NX, ad ſolidum FADST, ſic numerus binario auctus, ad binarium, vnà cum duabus partibus vnitatis diuiſæ ſecundum numerum vnitate auctum. Erat autem ſupra duplicatum conoides BADS, ad cylindrum NX, vt numerus, ad numerum binario auctum. Ergo ex æquali, erit BADS, ad FADST, vt numerus, ad binarium, vnà cum duabus partibus vnitatis diuiſæ ſecundum numerum vnitate auctum. Quod, &c.

PROPOSITIO XIV.

Centrum grauitatis ſolidi ex ſecunda quarta Lilij parabolici circa baſim reuoluta, centrum grauitatis aſſignare in baſi.

SOlidi FABST, ſit aſſignandum centrum, &c. Secetur CD, in R, vt ſit CR, ad RD, vt tri-

triplus numerus vnitate auctus, ad numerum vnitate auctum. Ex ſchol. propoſit. 29. Miſcell. hyperb. pag. 104. erit R, centrum grauitatis ſolidi FADST. Diuidatur CR, in K, vt ſit CK, ad KR, vt binarium, vnà cum duabus partibus vnitatis diuiſæ ſecundum numerum vnitate auctum, ad numerum: nempe ex propoſit. anteced. conuertendo, reciprocè, vt ſolidum FADST, ad BADS. Ergo erit inuentum K, centrum grauitatis ſolidi FABST. k, ergo centrum dictum ſecat CD, dimidiam BD, prius ſectam in R, vt ſit CR, ad RD, vt triplus numerus vnitate auctus, ad numerum vnitate auctum: deinde ſic CR, in k, vt ſit CK, ad kR, vt binarium, cum duabus partibus vnitatis diuiſæ ſecundum numerum vnitate auctum, ad numerum.

SCHOLIVM I.

Sed nec etiam in præſenti ſolido ſcimus aſſignare aliquam ſeriem ordinatam proportionis Bk, ad kD. In qualibet tamen parabola ratio eſt numero exprimibilis: ſed circa modum expreſſionis, lector ſe ipſum exerceat.

Sicuti poterit experiri in qua ratione numericè ſecetur BD, à centro grauitatis exceſſus cylindri MT, ſupra ſolidum FABST. Quod ſolidum cum ſit omniquaque æquale, licet contrario modo ſitum, ſolido orto ex reuolutione BAFD, circa MF: po-

terit etiam experiri in qua ratione ſecetur M F, à tali centro.

SCHOLIVM II.

Ex dictis autem ſciemus conſequenter quomodo ſecetur B D, à centro æquilibrij truncorum cylindrici recti ſuper B A F D, exiſtentis, & ſecti plano diagonaliter tranſeunte per B D, & per latus erectum à puncto F: quia dicti trunci ſunt proportionaliter analogi cum ſolidis ex quarta circa B D; M F, reuoluta.

DE

DE QVARTIS LILIORVM PARABOLICORVM, ET CYCLOIDALIVM.

SECTIO SECVNDA.

EX qualibet figura circa diametrum in altera parte deficiente, atque ad punctum terminante poſſunt formari quartæ Liliorum. Huiuſcemodi indolis ipſa etiam cyclois exiſtit: quare ipſa etiam poteſt ſic conſiderari. Si ergo cogitemus BAD, eſſe cycloidem, cuius axis AC, baſis BD, cui cycloidi accedant trilinea FAE, EAD. FABD, erit prima quarta Lilij cycloidalis, quæ etiam erit dimidium rectanguli MD, ſibi circumſcripti; eius axis erit FD; baſis BD; & ipſius tam appenſæ ſecundum FD, quam ſecundum BD, poterimus aſſignare ex dictis in primo tractatu ſect. 3. centra æqui-

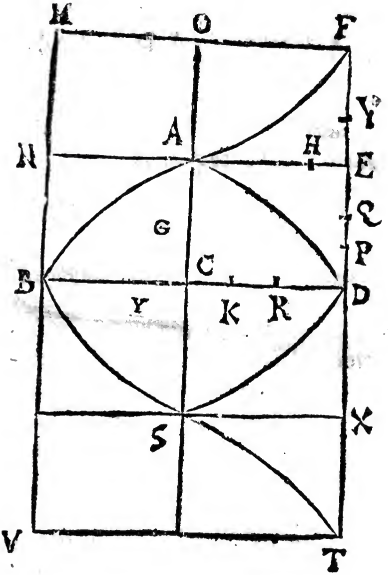
librij. Omnia nos explicabimus, ordinem ſequentes, quem faciliorem agnoſcemus.

PROPOSITIO XV.

Si prima quarta Lilij cycloidalis rotetur circa baſim, cum rectangulo ſibi circumſcripto. Erit cylindrus ex rectangulo, ad ſolidum ex quarta, vt dupla baſis cycloidis, ad ſubſeſquitertiam baſis ſemicycloidis, vnà cum ſemidiametro ſemicirculi genitoris, & cum dimidio exceſſus differentiæ inter quartam partem baſis cycloidis, & ſemidiametrum, ſupra differentiam inter ſemidiametrum, & octauam partem baſis.

PRima quarta Lilij cycloidalis FABD, cum rectangulo MD, rotetur circa BD, baſim cycloidis BAD. Dico cylindrum MT, eſſe ad ſolidum FABST, vt dupla BD, (nempe duplus arcus circuli genitoris) ad ſubſeſquitertiam CD, vnà cum ſemidiametro, & cum dimidio exceſſus differentiæ inter dimidiam CD, & ſemidiametrum, ſupra differentiam inter ſemidiametrum, & quartam partem CD.

Ex propoſit.43. tract.1. eſt cylindrus NX, ad fuſum cycloidalem ABSD, vt CD, ad quartam partem CD, cum ſemidiametro, & cum dimidio dicti exceſſus. Ergo cylindrus MT, prioris quadruplus, erit ad fuſum cycloidalem, vt quadrupla CD, nempe dupla BD, ad quartam partem CD, &c. Pariter



ter ex coroll. 7. propoſit. 11. lib. 2. eſt cylindrus O T, ad ſolidum F A D S T, vt 4. ad 1. Ergo cylindrus M Γ, O Γ, duplus, erit ad dictum ſolidum, vt 8. ad 1. nempe vt dupla B D, ad dimidiam C D. Quare cylindrus M T, erit ad ambo conſequentia, nempe ad ſolidum F A B S T, vt dupla B D, ad ſubſeſqui-

ter-

tertiam CD, vnà cum ſemidiametro, & cum dimidio illius explicati exceſſus. Quod &c.

COROLLARIVM.

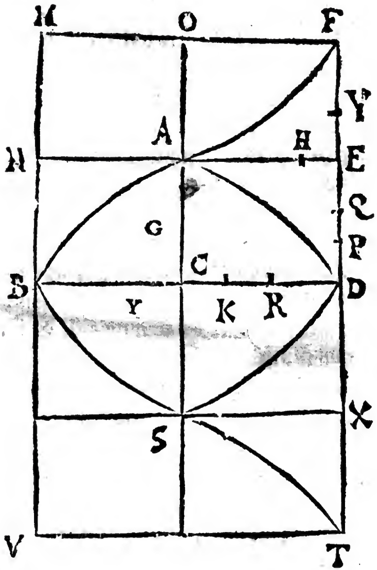
Ergo per conuerſionem rationis, erit cylindrus ad ſui exceſſum ſupra ſolidum, vt dupla BD, ad ſui exceſſum ſupra dictum conſequens.

SCHOLIVM I.

Sed hæc quæ dicta fuere videntur aptius poſſe explicari. Dicendo nimirum, eſſe cylindrum ad ſolidum, vt dupla circumferentia circuli genitoris, ſeù octuplus arcus quadrantis, ad ſeſquialterum arcus quadrantis. vnà cum ſemidiametro, & cum dimidio exceſſus differentiæ inter arcum quadrantis, & ſemidiametrum, ſupra differentiam inter ſemidiametrum, & dimidium arcus quadrantis. Quæ omnia patebunt attentè conſideratis antecedentibus.

Quare poterimus concludere per conuerſionem rationis, eſſe cylindrum MT, ad ſui exceſſum ſupra ſolidum FABST, vt octuplus arcus quadrantis, ad quintuplum cum dimidio arcus quadrantis, vnà cum differentia inter arcum quadrantis, & ſemidiametrum, minus dimidio dicti exceſſus.

Diuidendo ergo, erit exceſſus cylindri ſupra ſolidum, ad ipſum ſolidum, vt quintuplus cum dimidio arcus quadrantis, vnà cum dicta differentia, minus dimidio



midio illius exceſſus , ad ſeſquialterum arcus quadrantis, vnà cum ſemidiametro, & cum dimidio illius exceſſus.

SCHO-

SCHOLIVM II.

Porrò exceſſus cylindri MT, ſupra ſolidum FABST, eſt æqualis ſolido, quod oriretur ex reuolutione FABD, circa MF. Quare ſciemus etiam eſſe in antedicta ratione ſolidum ex FABD, circa MF, ad ſolidum ex eadem circa BD.

Cumque ex propoſit. 4. lib. 3. ſi Q, ſit centrum æquilibrij quartæ FABD, appenſæ ſecundum FD, ſit FQ, ad QD, vt ſolidum ex quarta circa MF, ad ſolidum ex eadem circa BD. Erit FQ, ad QD, vt quintuplus cum dimidio arcus quadrantis, vnà cum differentia inter arcum quadrantis, & ſemidiametrum, minus dimidio exceſſus dictæ differentiæ, ſupra differentiam inter ſemidiametrum, & dimidium arcus quadrantis, ad ſeſquialterum arcus quadrantis, vnà cum ſemidiametro, & cum dimidio dicti exceſſus.

SCHOLIVM III.

Reuoluta duplicata quarta FABST, circa VT, annulus ex FABD, circa VT, qui ex propoſit. 30. miſcell. hyperb. eſt æqualis duobus ſolidis ex FABD, circa BD, & vni circa MF, erit ad ſolidum ex DBST, circa VT, vt nonuplus cum dimidio arcus quadrantis, vnà cum ſemidiametro, & cum dimidio dicti exceſſus, ad quintuplum cum dimidio

arcus

arcus quadrantis, vnà cum differentia inter arcum quadrantis, & ſemidiametrum, minus dimidio dicti exceſſus.

SCHOLIVM IV.

Duplicata quarta BAFD, in BAFST, in ſche. ſeq. rotetur circa VT, vel circa aliam ab ipſa vtcunque diſtantem ipſi parallelam. Centra grauitatis annulorum genitorum ſecabunt VT, vel aliam, vt ſecatur FD, à centro æquilibrij quartæ FABD, appenſæ ſecundum FD. Ergo habebimus centra grauitatis dictorum annulorum.

Idem intelligatur ſi quarta FABD, ſit duplicata ad partes MB, & rotatio fiat vel circa FD, vel circa aliam parallelam, vt fiant annuli ſtrictus, & latus. Hæc omnia clara ſunt ex multis exemplis ſupra poſitis.

Sicuti clarum eſt, quod ſi ſuper FABD, intelligatur cylindricus rectus ſectus diagonaliter plano tranſeunte per BD, & per punctum in latere erecto à puncto F; clarum inquam eſt, dari cubationes truncorum dicti cylindrici.

PROPOSITIO XVI.

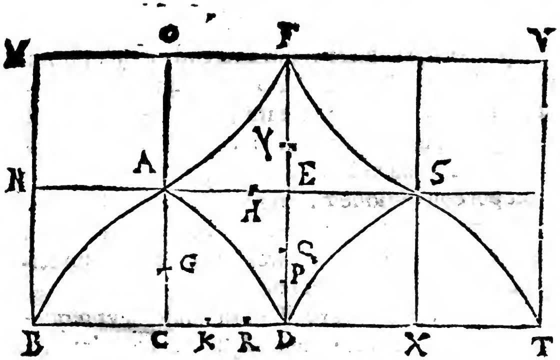
Si prima quarta Lilij cycloidalis rotetur circa axim, cum rectangulo ſibi circumſcripto. Erit cylindrus ex rectangulo, ad ſolidum ex quarta, vt quadratum baſis, ad qua-

dratum ſemibaſis, cum ſubſeſquitertio eiuſdem, minus ſeſquitertio quadrati ſemidiametri circuli genitoris.

QVarta F A B D, cum rectangulo M D, rotetur circa F D. Dico M T, cylindrum, eſſe ad ſolidum B A F S T, vt quadratum B D, ad quadratum C D, cum ſubſeſquitertio quadrati C D, minus ſeſquitertio quadrati ſemidiametri.

Nam cylindrus A X, eſt ad ſolidum A D S: nempe cylindrus O X, ad ſolidum F A D S, ex coroll. propoſit. 50. tract. 1. vt quadratum C D, ad quadratum dimidiæ C D, ſeù arcus quadrantis, minus ſeſquitertio quadrati ſemidiametri. Ergo cylindrus M T, quadruplus cylindri O X, erit ad ſolidum F A D S, vt quadruplum quadratum C D, ſeù quadratum B D, ad quadratum arcus quadrantis, minus ſeſquitertio quadrati ſemidiametri. Item, quoniam ex coroll. 4. propoſit. 11. lib. 2. eſt cylindrus N T, ad annulum B A D S T, in ratione ſeſquitertia; erit cylindrus M T, ad dictum annulum, vt quadratum B D, ad tria octaua eiuſdem: nempe ad ſeſquialterum quadrati C D (quia quadratum C D, eſt quarta pars quadrati B D, nempe duæ octauæ partes.) Ergo colligendo ambo conſequentia, erit cylindrus M T, ad ſolidum B A F S T, vt quadratum B D, ad ſeſquialterum quadrati C D, cum quadrato arcus quadrantis, minus ſeſquitertio quadrati ſemidiametri. Sed quadratum arcus quadrantis, cum dimidio quadrati C D (nempe cum duplo quadrato

arcus



arcus quadrantis) facit ſubſeſquitertium quadrati CD. Ergo à primò ad vltimum, erit cylindrus ad ſolidum, vt quadratum BD, ad quadratum CD, cum ſubſeſquitertio quadrati CD, minus ſeſquitertio quadrati ſemidiametri. Quod &c.

COROLLARIVM.

Ergo per conuerſionem rationis, erit cylindrus ad ſui exceſſum ſupra ſolidum BAFST, vt quadratum BD, ad duplum quadratum CD, cum quarta parte quadrati CD, & cum ſeſquitertio quadrati ſemidiametri.

SCHOLIVM I.

Aptius ergo explicabimus aſſerendo, cylindrum MT, eſſe ad ſolidum BAFST, vt quadratum circumferentiæ, ſeù 16. quadrata arcus quadrantis, ad 7. quadrata arcus quadrantis, minus ſeſquitertio quadrati ſemidiametri.

Et per conuerſionem rationis, eſſe cylindrum ad exceſſum ſupra illud ſolidum, vt 16. quadrata arcus quadrantis, ad 9. quadrata arcus quadrantis, cum ſeſquitertio quadrati ſemidiametri.

Et diuidendo, eſſe exceſſum ad ſolidum, vt 9. quadrata arcus quadrantis, cum ſeſquitertio quadrati ſemidiametri, ad 7. quadrata arcus quadrantis, minus ſeſquitertio quadrati ſemidiametri.

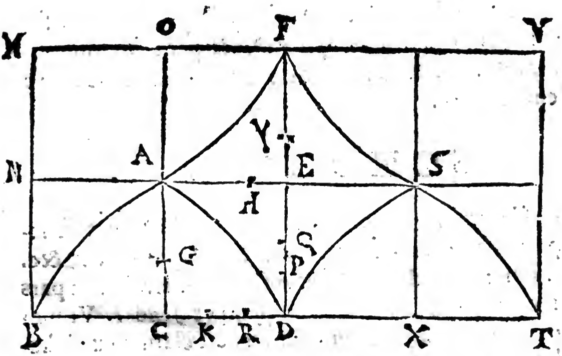
SCHOLIVM II.

Porrò cum exceſſus dictus æquetur ſolido orto ex reuolutione ipſius FABD; circa MB. Erit hoc ſolidum, ad ipſum BAFST, in dicta ratione.

Quod ſi BAFD, quarta ſit appenſa ſecundum BD, in k. Erit BK, ad KD, etiam in dicta ratione, ex propoſit. 4. lib. 3.

SCHOLIVM III.

Quod ſi intelligamus duplicatam quartam BAFST,



B A F S T, rotari circa V T, erit annulus ex BAFD, ad ſolidum ex D F S T, vt 23. quadrata arcus quadrantis, minus ſeſquitertio quadrati ſemidiametri, ad 9. quadrata arcus quadrantis, cum ſeſquitertio quadrati ſemidiametri.

SCHOLIVM IV.

Quarta F A B D, duplicetur in F A B S T, & fiat rotatio ipſius vel circa M F, vel circa illi parallelam extra ipſam. M F, vel illi parallela ſecabitur à centro grauitatis annuli, vt ſecatur B D, in K.

Idem intelligatur ſi quarta duplicetur ad partes MF,

MF, & rotatio fiat vel circa BD, vel circa illi parallelam.

Si verò ſuper FABD, ſit cylindricus rectus ſectus plano diagonali per FD, & per latus oppoſitum ipſi MB. Truncorum cylindrici habebimus cubationes.

SCHOLIVM V.

Centrum grauitatis quartæ BAFD, poteſt reperiri, tùm ducendo per k, & Q, normales &c. Tùm nectendo GH, & ipſam diuidendo, vt pars terminata ad H, ſit ad reliquam vt 3. ad 1. Vt manifeſtè patet. Sicuti non minus eſt clarum ex his haberi centrum grauitatis cylindrici recti ſuper BAFD, exiſtentis.

PROPOSITIO XVII.

Centrum grauitatis ſolidi ex prima quarta Lilij cycloidalis circa axim reuoluta aſſignare.

DIuidatur ED, in P, vt ſit EP, ad PD, vt arcus quadrantis, cum ſemidiametro, & cum dimidio exceſſus differentiæ inter arcum quadrantis, & ſemidiametrum, ſupra differentiam inter ſemidiametrum, & dimidium arcus quadrantis, ad ſemidiametrum, cum dimidio arcus quadrantis, & cum dimidio illius exceſſus, vt ſit P, ex propoſit. 47. tra-

ctat.

ſtat. I. centrum grauitatis annuli B A D S T. Item diuidatur E P, in Q, vt ſit E Q, ad Q P, reciprocè, vt annulus B A D S T, ad ſolidum A F S D: nempe vt ſextuplum quadratum arcus quadrantis, ad quadrantum arcus quadrantis, minus ſeſquitertio quadrati ſemidiametri, vt colligitur ex progreſſu demonſtrationis propoſit. antecedent. Ergo erit inuentum Q, centrum grauitatis ſolidi B A F S T.

SCHOLIVM.

Habitis Q, centro grauitatis ſolidi B A F S T; E, centro grauitatis cylindri M T; & ratione exceſſus cylindri ſupra ſolidum, ad ipſum ſolidum: habebimus etiam centrum grauitatis dicti exceſſus. Et conſequenter ſolidi ex F A B D, circa M B, vtpotè æqualis & ſimilis exceſſui prædicto. Quod indicaſſe ſufficiat. Sicuti ſufficiat indicare, ex dictis, haberi etiam in F D, centra æquilibrij truncorum cylindrici recti exiſtentis ſuper F A B D, ſecti diagonaliter plano tranſeunte per F D, & per punctum in latere erecto à puncto B, appenſorum ſecundum ipſam F D.

PROPOSITIO XVIIJ.

Centrum grauitatis ſolidi ex dicta quarta circa baſim reuoluta aſſignare.

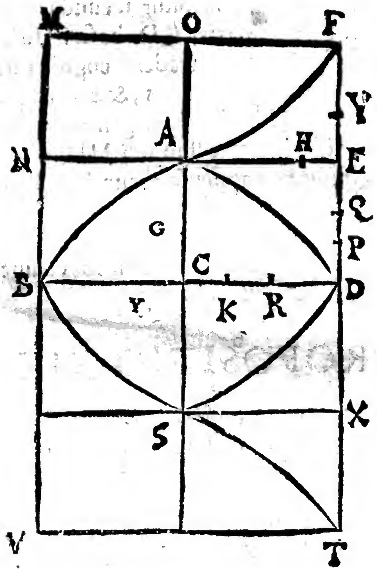
Di-

Diuidatur CD, in R, vt ſit CR, ad RD, vt quadratum arcus quadrantis, cum ſeſquitertio quadrati ſemidiametri, ad quadratum arcus quadrantis, minus ſeſquitertio quadrati ſemidiametri. Ergo ex numero 8. ſchol. propoſit. 50. tract. 1. erit R, centrum grauitatis ſolidi FADST, orti ex rotatione FAD, circa CD. Item diuidatur CR, in k, vt ſit Rk, ad kC, reciprocè, vt ſolidum ABSD, ad ſolidum FADST: nempe, vt quarta pars CD, cum ſemidiametro, & cum dimidio exceſſus differentiæ inter dimidiam CD, & ſemidiametrum; ſupra differentiam inter ſemidiametrum, & quartam partem CD, ad dimidiam CD, vt colligitur ex progreſſu demonſtrationis propoſit. 15. Ergo erit inuentum K, centrum grauitatis ſolidi FABST.

SCHOLIVM I.

Pariter datis C, centro grauitatis cylindri MT: k, centro dicto: & ratione exceſſus cylindri MT, ſupra ſolidum, ad ipſum ſolidum. Dabitur etiam centrum grauitatis illius exceſſus. Vndè & ſolidi ex FABD, reuoluta circa MF. Item ſi ſuper FABD, ſit cylindricus rectus ſectus diagonaliter plano tranſeunte per BD, & per punctum in latere erecto à puncto F. In BD, dabuntur centra æquilibrij truncorum dicti cylindrici iuxta BD, appenſorum. Quæ leuiter tetigiſſe ſufficiat.

SCHO-



SCHOLIVM II.

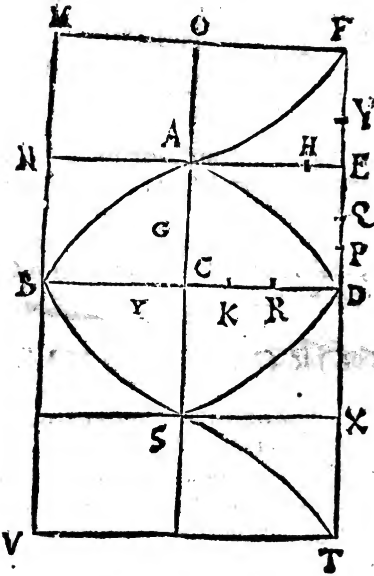
Ad inſtar aliarum figurarum ſupra conſideratarum, A B D, ſit figura conſtans ex duabus ſemicycloidibus ſic diſpoſitis, vt A C, ſint baſes aptatæ, &

BC, CD, ſint axes ipſarum ſemicycloidum, & inſuper ſint duo trilinea FAD. Superiorum ad inſtar tota figura FABD, vocabitur ſecunda quarta Lilij cycloidalis; FD, eius axis; BD, baſis. Huius quartæ curabimus deinceps tradere cognitionem aliquam: aſſignantes & menſuras, & centra grauitatis quorundam ſolidorum ex ipſa genitorum. Ipſam namque eſſe dimidium rectanguli MD, ſibi circumſcripti; & ipſius tam appenſæ ſecundum FD, quam ſecundum BD, poſſe aſſignari centra æquilibrij, ex dictis in primo tractatu ſect. 3. eſt manifeſtiſſimum ijs, qui ſuperiora à nobis tradita inſpexerunt. Hæc tamen omnia ſtatim docebimus.

PROPOSITIO XIX.

Si ſecunda quarta Lilij cycloidalis rotetur circa baſim, cum rectangulo ſibi circumſcripto. Erit rectangulum ex cylindro, ad ſolidum ex quarta, vt quadruplum quadratum baſis ſemicycloidis, ad ſeſquiquartum quadrati dictæ baſis, minus ſeſquitertio quadrati ſemidiametri ſemicirculi genitoris.

SEcunda quarta Lilij cycloidalis FABD, cum rectangulo MD, ſibi circumſcripto rotetur circa BD, &c. Dico cylindrum MT, eſſe ad ſolidum FABST, vt quadruplum quadratum AC, ad ſeſquiquartum quadrati AC, minus ſubſeſquitertio quadrati ſemidiametri circuli genitoris. Cylin-



lindrus N X, eſt ad ſolidum A B S D, ex propoſit. 49. & ex ſchol. 1. propoſit. 54. tract. 1. vt quadratum A C, ad ſubſeſquitertium quadrati A C, minus ſeſquitertio quadrati ſemidiametri. Quare cylindrus M T, eius quadruplus, erit ad illud ſolidum, vt 4. quadrata A C, ad illud conſequens. Item ex co-

roll. 7. propoſit. 11. lib. 2. eſt cylindrus OT, ad ſolidum FADST, vt 4. ad 1: nempe, vt duplum quadrati AC, ad dimidium quadrati AC. Quare cylindrus MT, prioris duplus, erit ad ſolidum FADST, vt quadruplum quadratum AC, ad dimidium quadrati AC. Colligendo ergo ambo conſequentia, erit cylindrus MT, ad totum ſolidum FABST, vt quadruplum quadratum AC, ad ſubſeſquitertium quadrati AC, vnà cum eius dimidio, minus ſeſquitertio quadrati ſemidiametri. Porrò ſubſeſquitertium quadrati AC, cum dimidio quadrati AC, facit ſeſquiquartum quadrati AC. Quare patet propoſitum.

COROLLARIVM.

Ergo per conuerſionem rationis, erit cylindrus ad ſui exceſſum ſupra ſolidum, vt quadruplum quadratum AC, ad duplum quadratum AC, vnà cum ſubſeſquitertio quadrati AC, & cum ſeſquitertio quadrati ſemidiametri.

SCHOLIVM I.

Etiam ergo nunc ſupra dicta aptius explicabuntur aſſerendo, cylindrum MT, eſſe ad ſolidum FABST, vt quadratum circumferentiæ circuli genitoris, ſeù 16. quadrata arcus quadrantis, ad ſeſquiquartum quadrati circumferentiæ ſemicirculi, ſeù

5. qua-

5. quadrata arcus quadrantis, minus ſeſquitertio quadrati ſemidiametri.

Et per conuerſionem rationis, erit dictus cylindrus ad ſui exceſſum ſupra ſolidum, vt 16. quadrata arcus quadrantis, ad 11. talium quadratorum, vnà cum ſeſquitertio quadrati ſemidiametri.

Quare diuidendo, erit exceſſus cylindri ſupra ſolidum, ad ipſum ſolidum, vt 11. quadrata arcus quadrantis, cum ſeſquitertio quadrati ſemidiametri, ad 5. quadrata arcus quadrantis, minus ſeſquitertio quadrati ſemidiametri.

SCHOLIVM II.

Aſt exceſſus dictus æquatur omniquaque ſolido, quod orirctur ex reuolutione FABD, circa MF. Quare tale ſolidum, erit ad primum in antedicta ratione.

Cum verò ex propoſit. 4. lib. 3. exiſtente Q, centro æquilibrij quartæ FABD, appenſæ ſecundum FD, ſit FQ, ad QD, vt ſolidum circa MF, ad ſolidum circa BD. Erit FQ, ad QD, vt 11. quadrata arcus quadrantis, cum ſeſquitertio quadrati ſemidiametri, ad 5. quadrata arcus quadrantis, minus ſeſquitertio quadrati ſemidiametri.

SCHOLIVM III.

FABST, duplicata quarta FABD, reuoluta cir-

circa V T, ex propoſit. 3. miſcell. hyperbol. æquatur illis quatuor ſolidis ſæpè dictis. Quare annulus ex quarta F A B D, reuoluta circa V T, erit ad ſolidum ex quarta D B S T, pariter rotata circa V T, vt 21. quadrata arcus quadrantis, minus ſeſquitertio quadrati ſemidiametri, ad 11. quadrata arcus quadrantis, vnà cum ſeſquitertio quadrati ſemidiametri.

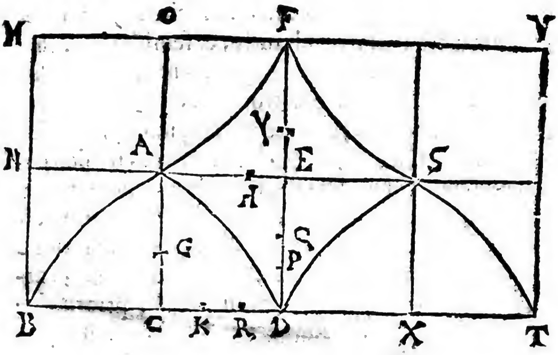
SCHOLIVM IV.

Quarta B A F D, ſit duplicata circa axim F D, in B A F S T, & intelligatur rotari, vel circa V T, vel circa aliam ab V T, quomodolibet diſtantem, & ipſi parallelam. Certum eſt duplicatam quartam extare proportionaliter analogam cum annulis prædictis. Quare in V T, vel in alia extra ipſa habebimus centra grauitatis annulorum.

Idem intelligendum venit ſi quarta F A B D, eſſet duplicata ad alteram partem M B, & rotatio fieret vel circa F D, vel circa dictam extra ipſam ductam, ipſique parallelam.

Facilè etiam ex ſuperioribus percipietur, quod ſi ſuper quarta F A B D, extet cylindricus rectus, ſectus plano diagonaliter tranſeunte per B D, & per latus oppoſitum ipſi M F: facilè inquam percipietur, dari cubationes truncorum præfati cylindrici.

PRO-



PROPOSITIO XX.

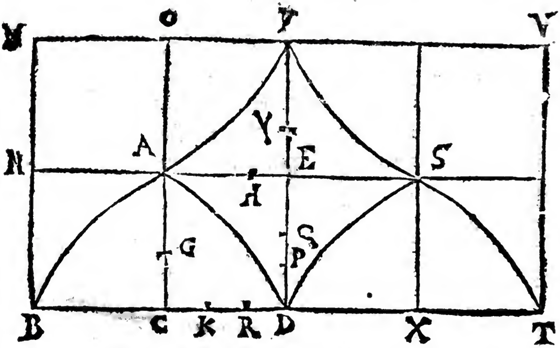
Si ſecunda quarta Lilij cycloidalis rotetur circa axim, cum rectangulo ſibi circumſcripto. Erit cylindrus ex rectangulo, ad ſolidum ex quarta, vt octuplus arcus quadrantis, ad triplum arcum quadrantis, vnà cum differentia inter arcum quadrantis, & ſemidiametrum, minus dimidio exceſſus dictæ differentiæ, ſupra differentiam inter ſemidiametrum, & dimidium arcus quadrantis.

SEcunda quarta F A B D, rotetur cum M D, circa F D. Dico eſſe cylindrum M T, ad ſolidum BAFST,

B A F S T, in dicta ratione. Cylindrus namque O X, eſt ad ſolidum F A D S, ex corol. prop. 44. trac. 1. vt baſis ſemicycloidis (nempe arcus ſemicirculi) ad differentiam inter arcum quadrantis, & ſemidiametrum, minus dimidio exceſſus dictæ differentiæ, ſupra differentiam inter ſemidiametrum, & dimidium arcus quadrantis. Ergo cylindrus M T, quadruplus O X, erit ad idem ſolidum, vt quadruplus arcus ſemicirculi: nempe octuplus arcus quadrantis, ad idem conſequens. Pariter ex coroll. 4. propoſit. 11. lib. 2. eſt cylindrus N T; ad ſolidum B A D S T, in ratione ſeſquitertia: nempe vt 4. arcus quadrantis, ad 3. arcus quadrantis. Ergo cylindrus M T, prioris duplus, erit ad idem ſolidum, vt octuplus arcus quadrantis, ad triplum arcus quadrantis. Ergo colligendo ambo conſequentia, erit cylindrus M T, ad totum ſolidum B A F S T, vt octuplus arcus quadrantis, ad triplum arcûs quadrantis, vnà cum differentia inter arcum quadrantis, & ſemidiametrum, minus dimidio exceſſus dictæ differentiæ, ſupra differentiam inter ſemidiametrum, & dimidium arcus quadrantis. Quod &c.

COROLLARIVM.

Ergo per conuerſionem rationis, erit cylindrus ad ſui exceſſum ſupra ſolidum, B A F S T, vt octuplus arcus quadrantis, ad quadruplum arcus quadran-



drantis, vnà cum ſemidiametro, & cum dimidio dicti exceſſus.

SCHOLIVM I.

Aſt cum exceſſus dictus æquetur ſolido ex BAFD, reuoluta circa MB. Erit cylindrus ad hoc ſolidum in dicta ratione. Quare colligemus etiam, eſſe ſolidum ex BAFD, circa MB, ad ſolidum ex eadem circa FD, vt quadruplus arcus quadrantis, cum ſemidiametro, & cum dimidio dicti exceſſus, ad triplum arcus quadrantis, cum differentia inter arcum quadrantis, & ſemidiametrum, minus dimidio dicti exceſſus.

Oo Pate-

Patebit ergo etiam K, v. g. centrum æquilibrij quartæ BAFD, appenſæ ſecundum BD, ſecare BD, in dicta ratione, adeò vt BK, ſit maior, kD, minor.

Item ex ſæpè dictis patebit, quod ſi intelligamus ambas quartas BAFD, DFST, rotari circa VT. Erit annulus ex quarta exteriori, ad ſolidum ex quarta interiori, vt 11. arcus quadrantis, vnà cum differentia inter arcum quadrantis, & ſemidiametrum, minus dimidio dicti exceſſus, ad quadruplum arcus quadrantis, cum ſemidiametro, & cum dimidio dicti exceſſus.

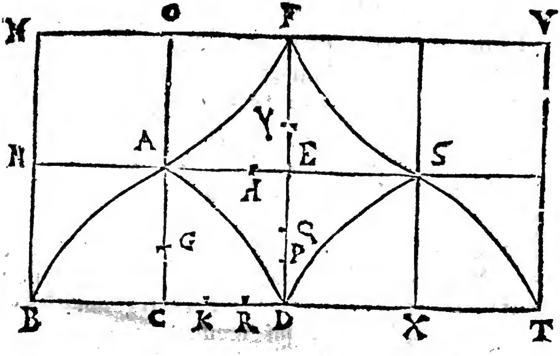
SCHOLIVM II.

Intelligamus quartam FABST, in ſchem. poſito pagina 283. rotari circa VT, vel circa illi parallelam extra ipſam. Genitorum annulorum habebimus in axibus centra grauitatis. Idem dicendum eſt ſi quarta duplicaretur ad partes MF, & rotationes fierent, vt dictum eſt.

Super FABD, intelligatur cylindricus rectus ſectus per FD, & per latus oppoſitum ipſi MB. Truncorum cylindrici habebimus cubationes.

Centrum grauitatis quartæ poteſt reperiri ex centris æquilibrij ipſius prius repertis. Et conſequenter poteſt reperiri centrum grauitatis cylindrici recti ſuper ipſa exiſtentis.

PRO-



PROPOSITIO XXI.

Centrum grauitatis ſolidi ex ſecunda quarta Lilij cycloidalis circa axim reuoluta aſſignare.

DIuidatur ED, in P, vt ſit EP, ad PD, vt ſubſeſquitertium quadrati AC, cum ſeſquitertio quadrati ſemidiametri, ad ſubſeſquitertium quadrati AC, minus ſeſquitertio quadrati ſemidiametri, vt ex num. 4. ſchol. 1. propoſit. 50. tract. 1. ſit P, centrum grauitatis ſolidi BADST. Sic diuidatur EP, in Q, vt ſit EQ, ad QP, reciprocè, vt ſolidum BADST, ad ſolidum FADS: nempe, vt

triplus arcus quadrantis, ad differentiam inter arcum quadrantis, & ſemidiametrum, minus dimidio exceſſus dictæ differentiæ, ſupra differentiam inter ſemidiametrum, & dimidium arcus quadrantis, vt colligitur ex progreſſu propoſit. anteced. Patet Q, inuentum punctum, fore centrum grauitatis quæſitum.

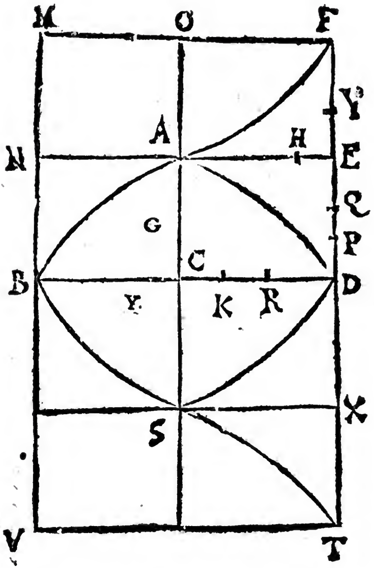
SCHOLIVM.

Quo centro inuento, aſſignataque antea ratione exceſſus cylindri MT, ſupra ſolidum ad ipſum; non erit inſudandum pro inuentione centri grauitatis exceſſus, ſupra ſolidum. Qui exceſſus, cum æquetur ſolido ex rotatione BAFD, circa MB: nec centrum grauitatis in MB, huiuſce ſolidi ignorabitur. Quibus centris habitis, & cylindrico recto ſuper FABD, extante, secto plano diagonaliter tranſeunte per FD, & per punctum in latere erecto à puncto B: haud ignorabuntur centra æquilibrij truncorum dicti cylindrici ſecundum FD, appenſorum.

PROPOSITIO XXII.

Centrum grauitatis ſolidi ex præfata quarta circa baſim reuoluta aſſignare.

Secetur CD, in R, vt ſit CR, ad RD, vel vt ſeſquialter arcus quadrantis, vnà cum ſemidia-



diametro, & cum dimidio ſæpè dicti exceſſus, ad dimidium dicti exceſſus, cum ſemidiametro: vel vt dimidium arcus quadrantis, cum differentia inter arcum quadrantis, & ſemidiametrum, minus dimidio dicti exceſſus, ad dictam differentiam, minus dimidio illius exceſſus (vtraque quippe ratio in idem red-

dit)

dit) vt ex propoſit. 47. tract. 1. in calce, ſit R, centrum grauitatis ſolidi FADST. Deinceps diuidatur ſic CR, in K, vt ſit Ck, ad KR, reciprocè, vt ſolidum FADST, ad ſolidum ABSD: nempe vt dimidium quadrati AC, ſeù vt duo quadrata arcus quadrantis, ad ſubſeſquitertium quadrati AC, ſeù ad tria quadrata arcus quadrantis, minus ſeſquitertio quadrati ſemidiametri. Erit inuentum punctum k, tanquam centrum grauitatis dicti ſolidi, vt clarè liquet.

SCHOLIVM.

Etiam nunc ex k, & C, centris grauitatis cylindri MT, & ſolidi FABST; & ex ratione exceſſus cylindri ſupra ſolidum, ad ipſum ſolidum antea aſſignata, facile erit reperire in BD, centrum grauitatis ipſius exceſſus. Et conſequenter in MF, centrum grauitatis ſolidi ex FABD, circa MF, reuoluta, vtpotè vndequaque æqualis, & ſimilis prædicto exceſſui. Quæ duo ſolida cum ſint proportionaliter analoga cum truncis cylindrici recti ſuper FABD, exiſtentis, reſecti plano diagonaliter tranſeunte per BD, & per punctum in latere erecto à puncto F: pari ratione habebimus centra æquilibrij horum truncorum ſecundum BD, appenſorum.

DE

DE QVARTIS LILIORVM PARABOLICORVM, ET CYCLOIDALIVM.

SECTIO TERTIA.

IN quarta ſectione antecedentis tractatus conſiderauimus ſolida diuerſa circa axim, vt ex ipſorum varijs ſectionibus orirentur figuræ quædam, ex quarum gyratione circa axim conſurgerent ſolida, quorum libet & menſuras, & centra grauitatis aſſignare. Cumque reliqua accidentia huiuſcemodi figurarum ſint abſcondita vſque modò; conſultò agnouimus ipſas conſimiles ijs, quæ explicatæ fuere in prima parte miſcellanei noſtri geometri, & quas in ſchol. propoſit. 25. eiuſdem compillauimus. Sectio tertia tractatus præſentis, non erit abſimilis quartæ ſectioni tractatus antecedentis. Sed in hac, alias ſimiles figuras ijs indagabimus: tradentes menſuras, & cen-

& centra grauitatis ſolidorum quorundam; de quibus quum nunquam peregerint geometræ: haud putamus geometriæ fieri acceſſionem ſpretu dignam.

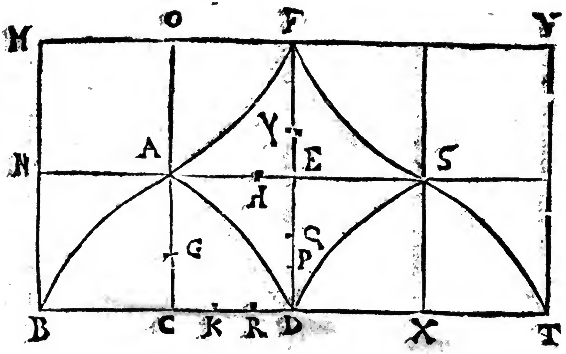
PROPOSITIO XXIII.

Si prima quarta Lilij parabolici duplicata circa axim, cum rectangulo ſibi circumſcripto rotetur circa latus axi parallelum. Erit tubus cylindricus circumſcriptus annulo orto ex rotatione primæ quartæ exterioris, ad ipſum annulum, vt ſextuplus numerus parabolæ duodenario auctus, ad triplum numerum quinario auctum.

PRima quarta Lilij parabolici BAFD, ſit duplicata circa axim FD, in BAFST; quæ cum rectangulo MT, ſibi circumſcripto intelligatur rotari circa VT, vt ex rectangulo generetur cylindrus, & ex duplicata quarta ſolidum, quæ ſunt mente intelligenda. Dico tubum cylindricum ortum ex gyratione MD, circa VT, eſſe ad ſolidum ex BAFD, circa VT, in antedicta ratione. Nempe in prima parabola, vt 18. ad 8. In ſecunda, vt 24, ad 11. In tertia, vt 30. ad 14. & ſic in infinitum, aucto antecedente ſenario, conſequente verò ternario.

Nam quum totus cylindrus ex MT; facile eliciatur eſſe ad totum ſolidum ex BAFST, in ratione dupla, quia eſt ad ipſum, vt rectangulum, ad duplicatam quartam: erit ad ipſum, vt octuplus nume-

rus



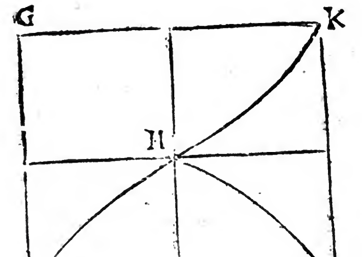
rus 16. auctus, ad quadruplum numerum octonario auctum. Aſt ex numero 2. ſchol. 1. propoſit. 3. eſt cylindrus ex FT, circa VT, ſubquadruplus prioris, ad ſolidum ex DFST, circa VT, vt duplus numerus quaternario auctus, ad numerum ternario auctum. Ergo reliquus tubus cylindricus ex MD, erit ad reliquum annulum ex BAFD, vt ſextuplus numerus duodenario auctus, ad triplum numerum quinario auctum. Quod &c.

SCHOLIVM.

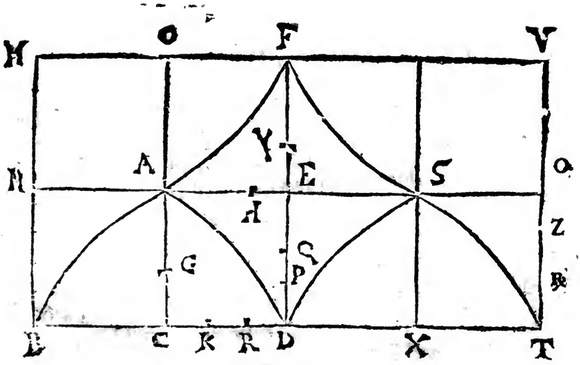
Sed ad illud, quod principaliter intelligitur deue-

niendo, cylindrus, & ſolidum intelligantur ſecti plano erecto figuris genetricibus, & æquidiſtanter ipſi V T, & tranſeunte per F D, vt ex ſectione cylindri generetur rectangulum G D, & ex ſectione ſolidi ſemifigura B H k D (quæ ſint ſeorſim poſita ad captum facilitandum) vt K D, ſit idem ac F D, & intelligamus G D, cum B H K D, rotari circa k D. Cum hæc ſolida genita ſint proportionaliter analoga cum antedictis. Erit etiam cylindrus ex G D, ad ſolidum ex B H K D, vt ſextuplus numerus duodenario auctus, ad triplum numerum quinario auctum.

Quod ſi ſuper M D, & ſuper B A F D, concipiantur cylindrici recti æquealti ſecti diagonaliter plano tranſeunte per V T, & per latus oppoſitum ipſi M B. Trunci ſiniſtri cylindrici exiſtentis ſuper



BAFD,



B A F D, habebimus cubationem. Hæc autem erit eadem cum cubatione trunci ſiniſtri cylindrici recti extantis ſuper B H k D, figura ſeorſim poſita, & reſecti plano diagonaliter tranſeunte per k D, & per latus oppoſitum ipſi G B. Quæ omnia ſunt clariſſima ex ſæpe ſæpius in noſtris operibus patefactis.

Pariter ſi ſolidorum rotundorum dictorum aliquando reperientur centra grauitatis: aſſignata pariter erunt centra æquilibrij dictorum truncorum cylindricorum ſecundum axes appenſorum. Quæ omnia facilè intelligentur ad ſimilitudinem ſæpe ſæpius explicatorum.

PROPOSITIO XXIV.

Annuli propoſitionis anteced. poſſumus in ipſius axi centrum grauitatis aſſignare.

DIuidatur VT, in Z, vt ſit VZ, ad ZT, vt triplus numerus vnitate auctus, ad numerum vnitate auctum. Ergo ex ſchol. 1. propoſit. 1. erit Z, centrum grauitatis ſolidi ex BAFST. Inueniatur in VT, ex ſchol. 1. propoſit. 6. centrum grauitatis ſolidi ex DFST, reuoluta circa VT, & ſit hoc ℞: & fiat ℞Z, ad ZO, reciprocè, vt annulus ex BAFD, ad ſolidum ex DFST: nempe ex ſchol. 3. propoſit. 1. vt quintuplus numerus ternario auctus, ad triplum numerum vnitate auctum. Erit inuentum O, tanquam centrum grauitatis dicti annuli.

SCHOLIVM.

Sed, vt explicatum fuit in ſchol. propoſit. antecedent. exiſtente annulo proportionaliter analogo cum ſolido orto ex rotatione ſemifiguræ BHkD, ſeorſim poſitæ, circa kD. Habebimus in kD, centrum grauitatis dicti ſolidi. Quare ipſius tenebimus & menſuram, & centrum grauitatis. Reliqua latent. Quare & ipſa figura augebit numerum aliàs

ex-

explicatarum, & geometris ſpeculanda proponetur.

PROPOSITIO XXV.

Si prima quarta Lilij parabolici duplicata circa baſim, cum rectangulo circumſcripto rotetur circa latus rectanguli baſi parallelum. Erit tubus cylindricus circumſcriptus annulo orto ex quarta exteriori, ad ipſum annulum, vt duodecuplus numerus ſenario auctus, ad quintuplum numerum ternario auctum.

AST prima quarta dicta ſit duplicata circa baſim BD, in FABST, quæ cum MT, rectangulo intelligatur rotari circa MF. Dico tubum cylindricum ex rectangulo VD, eſſe ad annulum ex quarta TSBD, in dicta ratione. Nempe in prima parabola, vt 18. ad 8. In ſec. vt 30. ad 13. In tertia, vt 42. 18. Et ſic in infinitum, aucto antecedenti duodenario, conſequenti verò quinario.

Pariter enim nunc, cum ſit totus cylindrus ex MT, circa MF, ad totum ſolidum ex duplicata quarta in ratione dupla: nempe vt ſextodecuplus numerus octonario auctus, ad octonarium numerum quaternario auctum. Et quum ex numero 4. ſchol. 1. propoſit. 3. ſit cylindrus ex DM, circa MF, prioris ſubquadruplus, ad ſolidum ex DBAF, circa MF, vt quadruplus numerus binario auctus, ad triplum numerum vnitate auctum. Erit reliquus tubus

bus cylindricus ex V D, ad reliquum annulum ex T S B D, vt reliquum, ad reliquum: nempe, vt duodecuplus numerus ſenario auctus, ad quintuplum numerum ternario auctum. Quod &c.

SCHOLIVM.

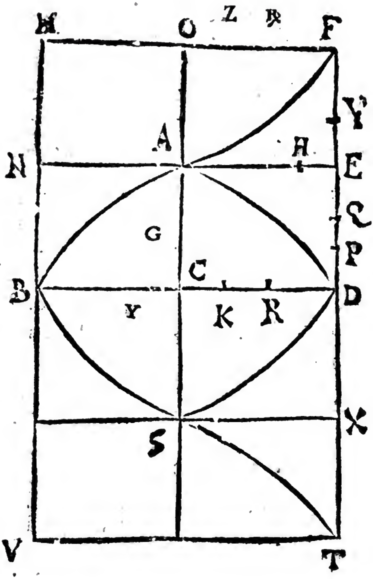
Solidis ſectis rectangulo G D, & ſemifigura B H k D, tranſeuntibus per BD, vt ſupra explicatum fuit, & his omnibus rotatis circa B D. Erit cylindrus ex GD, ad ſolidum ex B H k D, in dicta ratione.

Sicuti erunt aſſignabiles cubationes truncorum cylindricorum &c.

PROPOSITIO XXVI.

Annuli propoſit. anteced. poſſumus in ipſius axi centrum grauitatis aſſignare.

DIuidatur MF, in Z, vt ſit MZ, ad ZF, vt numerus ternario auctus, ad numerum vnitate auctum. Ex ſchol. 1. propoſit. 2. erit Z, centrum grauitatis totius ſolidi ex duplicata quarta circa M F, reuoluta. Inueniatur punctum ℞, tanquam centrum grauitatis ſolidi ex quarta D B A F, rotata circa M F, ex ſchol. 1. propoſit. 8. & fiat ℞ Z, ad Z O, vt annulus ex T S B D, ad ſolidum ex DBAF: nempe ex ſchol. 3. propoſit. 2. vt triplus numerus quinario



nario auctus, ad numerum ternario auctum. Erit O, centrum grauitatis dicti annuli.

SCHOLIVM.

Conſequenter erit repertum in BD, centrum grauitatis

uitatis ſemifiguræ k H B D, rotatæ circa B D. Cum verò dicti ſolidi ſit etiam aſſignata menſura, & reliqua ſemifiguræ accidentia ignorentur: proponatur etiam hæc geometris.

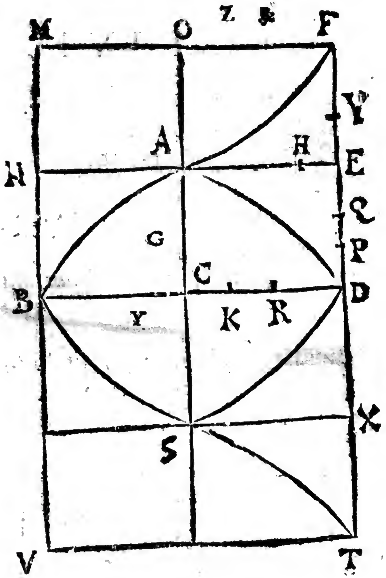
PROPOSITIO XXVII.

Si ſecunda quarta Lilij parabolici duplicata circa baſim, cum rectangulo circumſcripto rotetur circa latus rectanguli baſi parallelum. Erit tubus cylindricus circumſcriptus annulo orto ex quarta exteriori, ad ipſum annulum, vt duodecuplus numerus parabolæ 24, vnitatibus auctus, ad quintuplum numerum denario auctum, vnà cum duabus partibus vnitatis diuiſæ ſecundum numerum vnitate auctum.

AST B A F D, ſupponatur ſecunda quarta Lilij parabolici, & quidem duplicata circa baſim B D, in F A B S T, & cum M T, rotata circa M F, &c. Dico tubum ex T B, eſſe ad annulum ex T S B D, vt explicatum fuit. Nempe in prima, vt 36, ad 16. In ſecunda, vt 48. ad 20 $\frac{2}{3}$. In tertia, vt 60, ad 25 $\frac{2}{4}$. Et ſic in infinitum.

Etiam enim nunc totus cylindrus, eſt ad totum annulum in ratione dupla: nimirum vt ſextodecuplus numerus parabolæ 32. vnitatibus auctus, ad octuplum numerum 16, auctum. Aſt cylindrus ex D M, ſubquadruplus cylindri ex T M, eſt ex ſchol. 1. propoſit. 9. vt quadruplus numerus octonario auctus, ad

tri-



triplum numerum quinario auctum ; vnà cum reliquis partibus vnitatis ſectæ ſecundum numerum vnitate auctum, duabus partibus ablatis. Ergo reliquus tubus cylindricus erit ad reliquum annulum, vt reliquum, ad reliquum: nempe, vt duodecuplus numerus 24, auctus, ad quintuplum numerum de-

nario auctum, vnà cum duabus partibus vnitatis ſe-ctæ ſecundum numerum vnitate auctum. Quod &c.

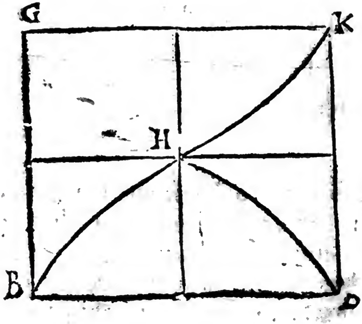
SCHOLIVM.

Solidis ſectis, vt explicatum fuit, & facta rotatione circa BD: etiam cylindrus ex GD, erit ad ſolidum ex kHBD, in dicta ratione.

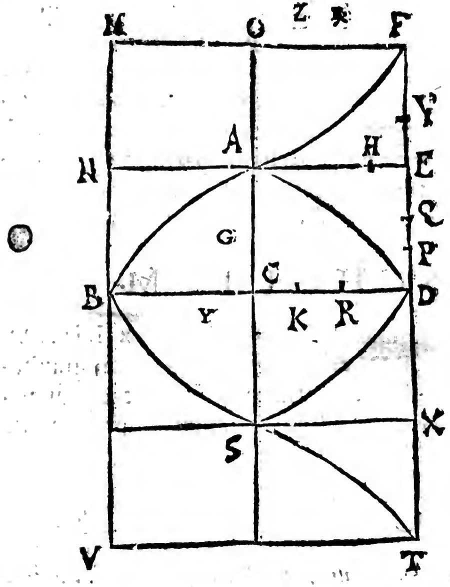
PROPOSITIO XXVIII.

Annuli propoſit. anteced. poſſumus in ipſius axi centrum grauitatis aſſignare.

NAm diuidatur MF, in Z, vt ſit MZ, ad ZF, vt quadruplus numerus ſenario auctus, vnà



cum



cum partibus vnitatis diuiſæ ſecundum duplum numerum vnitate auctum, vna excepta, ad quadruplum numerum vnitate auctum, vnà cum illa parte vnitatis. Ergo ex ſchol. 2. propoſit. 10. erit Z, centrum grauitatis totius annuli ex duplicata quarta. Ex ſchol. 1, propoſit. 14. inueniatur ℞, centrum

grauitatis ſolidi ex quarta BAFD, rotata circa MF. Tandem fiat ℞Z, ad ZO, reciprocè, vt annulus ex TSBD, ad ſolidum ex DBAF; nempe, vt facile elicietur ex propoſit. 9. & ex propoſit. 30. miſcell. hyperb. vt quintuplus numerus denario auctus, vnà cum duabus partibus vnitatis diuiſæ ſecundum numerum vnitate auctum, ad triplum numerum quinario auctum, vnà cum reliquis partibus vnitatis diuiſæ ſecundum numerum vnitate auctum, duabus exceptis. Patet O, eſſe centrum quæſitum.

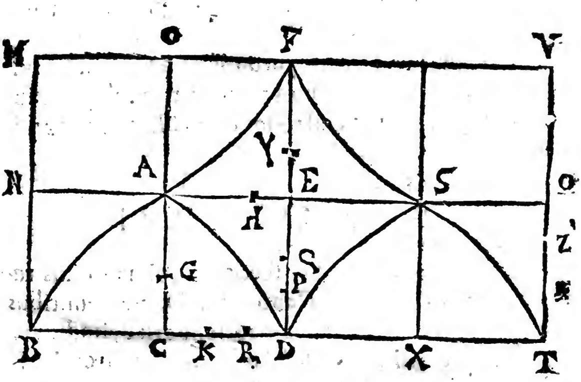
SCHOLIVM.

Sed etiam nunc conſequenter, ſolidi ex BHKD, rotata circa BD, erit aſſignatum centrum grauitatis: cuius ſolidi habita etiam menſura in propoſit. anteced. & ipſa pro reliquis paſſionibus proponetur geometris.

PROPOSITIO XXIX.

Si ſecunda quarta Lilij parabolici duplicata circa axim, cum rectangulo circumſcripto rotetur circa latus rectanguli axi parallelum. Erit tubus cylindricus circumſcriptus annulo orto ex quarta exteriori, ad ipſum annulum, vt vigeſimusquartus numerus parabolæ 24, vnitatibus auctus, ad duodecuplum numerum nonuplo auctum, vnà cum vnica parte vnitatis ſectæ ſecundum duplum numerum vnitate auctum.

BA-



BAFST, cenſeatur pro duplicata ſecunda quarta Lilij parabolici circa axim FD, & rotata circa VT, cum MT. Dico tubum cylindricum ex MD, eſſe ad annulum oriundum ex gyratione BAFD, circa VT, vt explicatum eſt. Nempe in prima, vt 48 ad 23, $\frac{1}{5}$. In ſecunda, vt 72, ad 33 $\frac{3}{5}$. In tertia, vt 96, ad 45 $\frac{1}{7}$. Et ſic diſcurrendo.

Nam etiam modò arguetur, quod, quum facile eliciatur totum cylindrum ex MT, duplum eſſe totius ſolidi ex BAFST, erit ad ipſum vt trigeſimusſecundus numerus 32, vnitatibus actus, ad ſextodecuplum numerum, 16. vnitatibus auctum. Porrò cylindrus ex FT, prioris ſubquadruplus, eſt ad ſo-

lidum

lidum ex D F S T, ex ſchol. 1. propoſit. 10. vt octuplus numerus octonario auctus, ad quadruplum numerum ſenario auctum, vnà cum partibus vnitatis, vnà minus, ſectæ ſecundum duplum numerum vnitate auctum. Ergo reliquus tubus erit ad reliquum ſolidum, vt reliquum, ad reliquum. Nempe in explicata ratione. Quod &c.

SCHOLIVM.

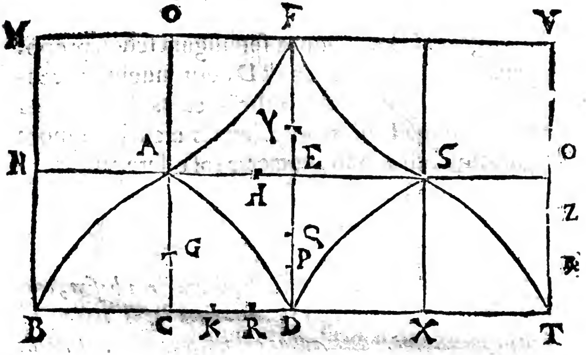
Superiorum ad inſtar ſectis ambobus ſolidis rectangulo G B, & ſemiplano B H k D, tranſeuntibus per F D, &c. in dicta etiam ratione erit cylindrus ex G D, rotato circa K D, ad nouum ſolidum ex B H-k D, itidem circa K D, rotatam, vt clare patet ex ſæpe ſæpius dictis.

PROPOSITIO XXX.

Annuli propoſit. anteced. poſſumus in ipſius axi centrum grauitatis aſſignare.

ETenim ſi ſecetur V T, in Z, vt ſit V Z, ad Z T, vt triplus numerus parabolæ quinario auctus, vnà cum partibus vnitatis ſectæ ſecundum numerum vnitate auctum, duabus exceptis, ad numerum binario auctum, cum illis duabus partibus vnitatis: erit ex ſchol. 2. propoſit. 9. Z, centrum grauitatis ſolidi totius ex B A F S T, circa V T. Reperiatur

ex



ex ſchol. 1. propoſit. 12. R, centrum grauitatis ſolidi ex DFST, rotata circa VT. Et fiat RZ, ad ZO, vt duodecuplus numerus nouenario auctus, vnà cum vnica parte vnitatis ſectæ ſecundum duplum numerum vnitate auctum, ad quadruplum numerum ſenario auctum, vnà cum reliquis partibus vnitatis ſic ſectæ: nempe reciprocè, vt annulus ex BAFD, ad ſolidum ex DFST, vt elicitur ex propoſit. 10. & ex propoſit. 30. miſcell. hyperb. Erit O, centrum grauitatis annuli ex BAFD, vt patet. Quare &c.

SCHO-

SCHOLIVM.

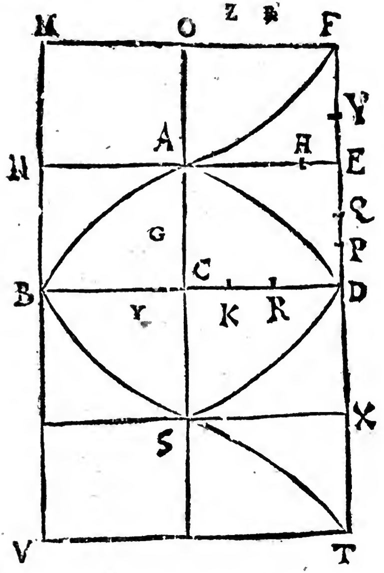
Si ergo BHkD, noua ſemifigura ſchol. propoſit. anteced. rotetur circa kD, erit inuentum centrum grauitatis dicti noui ſolidi: cuius ſemifigura genitrix quoad alias proprietates manebit ignota quoadusque ab aliquo geometra ipſæ detegantur.

PROPOSITIO XXXI.

Si prima quarta Lilij cycloidalis duplicata circa baſim, cum rectangulo circumſcripto rotetur circa latus rectanguli baſi parallelum. Erit tubus cylindricus circumſcriptus annulo orto ex quarta exteriori, ad ipſum annulum, vt ſextupla baſis cycloidis, nempe 24, arcus quadrantis, ad decuplum arcus quadrantis, vnà cum differentia inter arcum quadrantis, & ſemidiametrum, minus dimidio exceſſus dictæ differentiæ, ſupra differentiam inter ſemidiametrum, & dimidium arcus quadrantis.

NVnc deueniatur ad quartas Liliorum cycloidalium, & ſupponamus FABST, eſſe primam quartam Lilij cycloidalis duplicatam circa baſim BD, & hanc cum TM, rotari circa MF. Dico cylindrum ex TB, eſſe ad annulum ex TSBD, quem ſtringit, in explicata ratione. Nam totus cylindrus ex TM, vtpote duplus totius ſolidi ex TSBAF, eſt ad ipſum, vt 32, arcus quadrantis,

ad



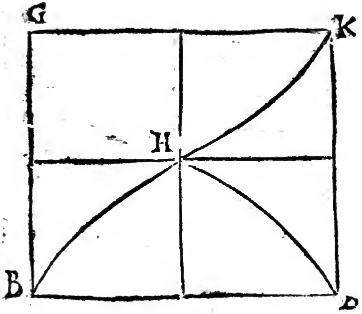
ad 16, arcus quadrantis. Porrò ex ſchol. 1. propoſit. 15. eſt cylindrus ex DM, prioris ſubquadruplus, ad ſolidum ex DBAF, circa MF, vt octuplus arcus quadrantis, ad quintuplum cum dimidio arcus quadrantis, vnà cum differentia inter arcum quadrantis, & ſemidiametrum, minus dimidio ex-

Rr ceſſus

ceſſus dictæ differentiæ, ſupra differentiam inter ſemidiametrum, & dimidium arcus quadrantis. Ergo reliquus tubus erit ad reliquum annulum, vt reliquum, ad reliquum. Nempe vt explicatum fuit, vt conſideranti patebit. Quare &c.

SCHOLIVM.

Non ſecùs ac factum fuit in ſuperioribus, ſi ambo ſolida ſecentur rectangulo, & ſemifigura BHkD, quæ rotentur circa BD: habebimus in antedicta ratione eſſe cylindrum ex rectangulo, ad ſolidum ex ſemifigura.



PRO-

PROPOSITIO XXXII.

Annuli propoſit. anteced. poſſumus in ipſius axi centrum grauitatis aſſignare.

SEcetur namque MF, in Z, vt ſit MZ, ad ZF, vt 9. quadrata arcus quadrantis, cum ſeſquitertio quadrati ſemidiametri, ad 7. quadrata arcus quadrantis, minus ſeſquitertio quadrati ſemidiametri. Ex ſchol. 4. propoſit. 16. Z, erit centrum grauitatis ſolidi totius ex TSBAF, circa MF. Ex ſchol. 1. propoſit. 18. reperiatur ℞, centrum grauitatis ſolidi ex BAFD, circa MF. Et fiat ℞Z, ad ZO, vt nonuplus cum dimidio arcus quadrantis, vnà cum ſemidiametro, & cum dimidio exceſſus differentiæ inter arcum quadrantis, & ſemidiametrum, ſupra differentiam inter ſemidiametrum, & dimidium arcus quadrantis, ad quintuplum cum dimidio arcus quadrantis, vnà cum differentia inter arcum quadrantis, & ſemidiametrum, minus dimidio dicti exceſſus; nempe reciprocè ex ſchol. 3. propoſit. 15. vt annulus ex TSBD, circa MF, ad ſolidum ex DBAF, pariter circa MF. Erit O, centrum quæſitum.

SCHOLIVM.

Quod ſi dimidia noua figura DBHk, ſupra re-

perta rotetur circa BD: erit in apertum dicti ſolidi in BD, enucleatum fore centrum grauitatis, & ipſam ſemifiguram eſſe eiuſdem indolis cum alijs nouis, quarum ignorantur reliquæ paſſiones à dictis.

PROPOSITIO XXXIII.

Si prima quarta Lilij cycloidalis duplicata circa axim, cum rectangulo circumſcripto rotetur circa latus rectanguli axi parallelum. Erit tubus cylindricus circumſcriptus annulo orto ex quarta exteriori, ad ipſum annulum, vt triplum quadratum baſis, ſeù 48, quadrata arcus quadrantis, ad 23, quadrata arcus quadrantis, minus ſeſquitertio quadrati ſemidiametri.

Rectangulum MT, cum BAFST, duplicata prima quarta Lilij cycloidalis circa axim FD, rotetur circa VT. Dico tubum ex MD, eſſe ad annulum ex BAFD, vt dictum fuit.

Quippe, totus cylindrus ex MT, duplus totius ſolidi ex BAFST, erit ad ipſum, vt 64, quadrata arcus quadrantis, ad 32. quadrata talia. Aſt ex ſchol. 1. propoſit. 16. eſt cylindrus ex FT, prioris ſubquadruplus, ad ſolidum ex DFST, vt 16. quadrata arcus quadrantis, ad 9. talium quadratorum, cum ſeſquitertio quadrati ſemidiametri. Ergo tubus ex MD, erit ad reliquum annulum, vt 48. quadrata arcus quadrantis, ad 23. talium quadratorum,

rum, minus ſeſquitertio quadrati ſemidiametri. Quod &c.

SCHOLIVM.

Cylindrus ex GD, rotato circa KD, ad ſolidum ex BHkD, circa kD, pariter rotata, erit in antedicta ratione: dummodo priora ſolida intelligantur ſecta, vt ſæpe explicatum fuit.

PROPOSITIO XXXIV.

Solidi propoſit. anteced. poſſumus in ipſius axi centrum grauitatis aſſignare.

Sit VZ, ad ZT, vt quintuplus cum dimidio arcus quadrantis, vnà cum differentia inter arcum quadrantis, & ſemidiametrum, minus dimidio exceſſus ipſius ſupra differentiam inter ſemidiametrum, & dimidium arcus quadrantis, ad ſeſquialterum arcus quadrantis, vnà cum ſemidiametro, & cum dimidio dicti exceſſus. Ex ſchol. 4. propoſit. 15. erit Z, centrum totius ſolidi &c. Quod ſi ex ſchol. propoſit. 17. aſſignetur ℞, centrum grauitatis ſolidi ex DFST: & fiat ℞Z, ad ZO, vt nonuplus cum dimidio arcus quadrantis, vnà cum ſemidiametro, & cum dimidio ſæpe dicti exceſſus, ad quintuplum cum dimidio arcus quadrantis, vnà cum differentia inter arcum quadrantis, & ſemidiametrum,

trum, minus dimidio dicti exceſſus: nempe vt ex ſchol. 3. propoſit. 15. elicitur eſſe reciprocè, vt ſolidum ex BAFD, reuoluta circa VT, ad ſolidum ex DFST, circa VT. Erit O, centrum quæſitum.

PROPOSITIO XXXV.

Si ſecunda quarta Lilij cycloidalis duplicata circa axim, cum rectangulo circumſcripto rotetur circa latus rectanguli axi parallelum. Erit tubus cylindricus circumſcriptus annulo orto ex quarta exteriori, ad ipſum annulum, vt 24, arcus quadrantis, ad 11, arcus quadrantis, vnà cum differentia inter arcum quadrantis, & ſemidiametrum, minus dimidio exceſſus ipſius ſupra differentiam inter ſemidiametrum, ac dimidium arcus quadrantis.

TOtus cylindrus ex MT, ad totum ſolidum eſt in ratione dupla: nimirum, vt 32, arcus quadrantis, ad 16. dictorum arcuum. Cylindrus ex FT, dicti ſubquadruplus, eſt ad ſolidum ex DFST, vt octuplus arcus quadrantis, ad quadruplum arcus quadrantis, vnà cum ſemidiametro, & cum dimidio dicti exceſſus. Ergo tubus ex MD, erit ad annulum ex BAFD, vt reliquum, ad reliquum. Patet ergo propoſitum.

SCHO-

SCHOLIVM.

Quemadmodum, ex repetitis ad ſatietatem vſque, patet, ſolidis ſectis, rectangulo G D, & ſemifigura B H k D, & his circa k D, rotatis. Cylindrum ex G D, eſſe ad ſolidum ex B H k D, vt dictum fuit.

PROPOSITIO XXXVI.

Annuli propoſit. anteced. poſſumus in ipſius axi centrum grauitatis aſſignare.

SIt VZ, ad ZT, vt 11. quadrata arcus quadrantis, cum ſeſquitertio quadrati ſemidiametri, ad 5. quadrata arcus quadrantis, minus ſeſquitertio quadrati ſemidiametri. Ex ſchol. 4. propoſit. 19. erit Z, centrum grauitatis ſolidi totius ex B A F S T, rotata circa V T. Ex ſchol. propoſit. 21. adinueniatur ℞, centrum grauitatis ſolidi ex D F S T, rotata pariter circa V T. Tunc fiat ℞Z, ad ZO, vt 11. arcus quadrantis, vnà cum differentia inter arcum quadrantis, & ſemidiametrum, minus dimidio exceſſus ipſius, ſupra differentiam inter ſemidiametrum, & dimidium arcus quadrantis, ad quadruplum arcus quadrantis, cum ſemidiametro, & cum dimidio dicti exceſſus. In qua ratione notatur in calce ſchol. 1. propoſit. 20. eſſe ſolidum ex

BAFD,

BAFD, ad ſolidum ex DFST. Ergo O, erit centrum quæſitum.

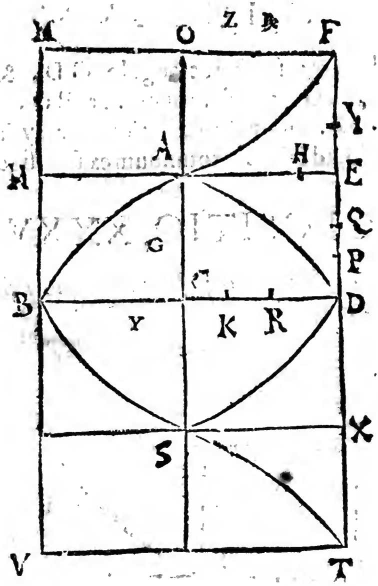
SCHOLIVM.

Veluti autem ſecatur VT, à centro grauitatis dicti annuli, ſecabitur etiam kD, à centro grauitatis ſolidi ex ſemifigura BHKD, rotata circa KD. Quæ vtique in geometria erit noua; & quoad alias paſſiones ignorabitur.

PROPOSITIO XXXVII.

Si ſecunda quarta Lilij cycloidalis duplicata circa baſim, cum rectangulo circumſcripto rotetur circa latus rectanguli baſi parallelum. Erit tubus cylindricus circumſcriptus annulo orto ex quarta exteriori, ad ipſum annulum, vt duodecim quadrata baſis ſemicycloidis, ſeù 48. quadrata arcus quadrantis, minus ſeſquitertio, quadrati ſemicirculi genitoris.

INtelligamus TSBAF, duplicatam quartam dictam circa baſim BD, rotari cum MT, circa MF. Tubus ex VD, erit ad ſolidum ex TSBD, vt dictum fuit. Nam cum totus cylindrus ex TM, ſit ad totum ſolidum ex TSBAF, vtpote ipſius duplus, vt 64. quadrata arcus quadrantis, ad 32. horum quadratorum. Et cum ex ſchol. 1. propoſit. 19. ſit cylindrus ex DM, prioris ſubquadruplus, ad ſolidum



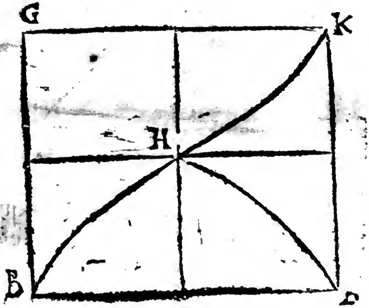
lidum ex DBAF, vt 16. quadrata arcus quadrantis, ad 11. talium quadratorum, vnà cum ſeſquitertio quadrati ſemidiametri. Erit reliquus tubus ad reliquum annulum, vt reliquum ad reliquum: nempe vt 48. quadrata arcus quadrantis, ad 21. talium quadratorum, minus ſeſquitertio quadrati ſemidiametri. Quod &c.

SCHOLIVM.

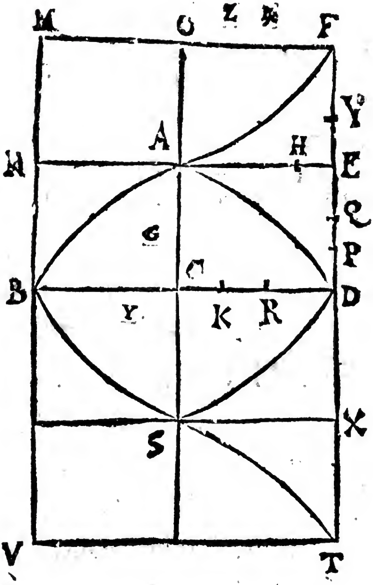
Solidis ergo ſectis rectangulo GD, & ſemifigura BHKD, tranſeuntibus per BD, & circa BD, rotatis. In explicata ratione erit cylindrus ex rectangulo, ad ſolidum rotundum ex ſemifigura.

PROPOSITIO XXXVIII.

Annuli propoſit. anteced. poſſumus in ipſius axi centrum grauitatis aſſignare.



Par-



PArtiatur MF, in Z, vt ſit MZ, ad ZF, vt quadruplus arcus quadrantis, cum ſemidiametro, & cum dimidio exceſſus differentiæ inter arcum quadrantis, & ſemidiametrum, ſupra differentiam inter ſemidiametrum, & dimidium arcus quadrantis, ad triplum arcus quadrantis, cum differentia in-

ter arcum quadrantis, & ſemidiametrum, minus dimidio dicti exceſſus. Ex ſchol. 2. propoſit. 20. erit Z, centrum grauitatis totius ſolidi orti ex gyratione duplicatæ quartæ. Ex ſchol. propoſit. 22. reperiatur ℞, centrum grauitatis ſolidi ex DBAF. Demum fiat ℞Z, ad ZO, vt 21. quadrata arcus quadrantis, minus ſeſquitertio quadrati ſemidiametri, ad 11. quadrata arcus quadrantis, vnà cum ſeſquitertio quadrati ſemidiametri: nempe ex ſchol. 4. propoſit. 19. reciprocè, vt ſolidum ex TSBD, rotata circa MF, ad ſolidum ex DBAF, pariter circa MF, rotata. Erit O, centrum grauitatis dicti ſolidi.

SCHOLIVM.

Rotata autem ſemifigura BHKD, orta ex ſectione ſolidi ex duplicata quarta, vt quamplurimis vicibus explicatum fuit, circa BD. In ipſa BD, aſſignatum pariter erit centrum grauitatis ſolidi rotundi inde geniti. Quæ ſemifigura eſt vltima illarum, quas & in tractatu primo miſcellanei geometrici, & in ſectionibus quarta, & tertia tractatuum præſentium proponimus geometris ſpeculandas. Ipſarum quippè naturas, proprietateſque pænitus ignoramus. Solum modo ſcimus & menſuras ſolidorum rotundorum genitorum ex ipſarum reuolutione circa axim; &, vt plurimum, in axibus ipſorum centra grauitatis.

Hæc,

Hæc, lector humaniſſime, ea extant, quæ nimis fortaſſis audacter, ſextò oculis tuis ſe ſe offerre percurrenda præſumunt. Comparuiſſent prius vtique, niſi officium, quo in Religione fungimur idipſum vetaſſet. Quippè, dùm hi tractatuli ſub prælo eſſent, primuſque iam abſolutus cerneretur; neceſſe fuit per tres menſes ferè peregrè proficiſci, ab operis impreſſione feriari, & rebus, à geometricis totaliter alienis, incumbere. Ne mireris ergo ſi in præſenti libello aliqua conſpicias inconcinna, & inordinata: namque intellectus interruptus, ac in varias diſtractus partes, hæc nequiuit aptius conſtruere, & digerere. Si errores quoſdam reperies, memento quæſo hos ab impreſſione neutique euelli poſſe: quinnimo non ſecùs quam corpus cum vmbra, cum ipſa arcto nexu commeare. Haud attamen ipſorum tabellam exaramus: ſiquidem, ſi non deerunt vires elucubrationes noſtras percipiendi, facillime adnotari poterunt, cum vt plurimum parum ponderent. Lege hæc, dum alia molimur. Vale.

F I N I S.

Noi

Noi Reformatori dello Studio di Padoa.

HAuendo oſſeruato per fede del P. Inquiſit. non eſſerui nelli Libri due intitolati De Tractatibus Geometricis del P. F. Steffano de Angelis de Geſuati coſa contro la Santa Fede, e parimente per atteſtato del Segretario noſtro niente contro Prencipi, ò buoni coſtumi, concedemo licenza, che poſſi eſſere ſtampato, douendo oſſeruarſi gl'ordini, & eſſerne preſentate due copie per le preſente Librarie di Padoa, e di queſta Città.

Dat. dal Magiſt. noſtro li 7. Giugno 1661.

{ Battiſta Nani Cau. Proc. Ref.

Alemante Angelo Donini Segr.

F A-